

Posgrado en Ciencias Matemáticas
Examen de Admisión - Cálculo Diferencial e Integral- Semestre 2019-II

- El tiempo máximo para realizar el examen es de 120 minutos.
- Las preguntas tienen marcado el puntaje (12 en total) que corresponde a cada respuesta correcta.
- El resultado será la suma de los puntos obtenidos dividida entre 1.2.
- Numere las hojas y escriba sus respuestas en el mismo orden que el de las preguntas.

Responda cada una de las preguntas justificando su respuesta.

1. (1 punto) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)^3 \operatorname{sen}((x - 1)^{-3})$
2. (1 punto) Diga si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+1/n}}$ converge y justifique su respuesta.
3. (1 punto) Suponga que la sucesión $\{a_n\}$ converge, donde a_n son números enteros. ¿Qué puede decir acerca de la sucesión?
4. (2 puntos) Sean a y b dos reales positivos, calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n}$.
5. (3 puntos) Calcule el área del mayor rectángulo que tiene dos vértices sobre el eje x , y dos vértices sobre la parte de la parábola $y = 16 - 3x^2$ que se encuentra en el plano superior $y > 0$.
6. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función dos veces continuamente diferenciable, con $f(t) = f(-t)$, y suponga que su gráfica es como se ilustra en la figura 1. Sean $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ definidas por $F(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$ y $g(s) = F(s/\sqrt{2}, s/\sqrt{2})$ (ver Figura 2).

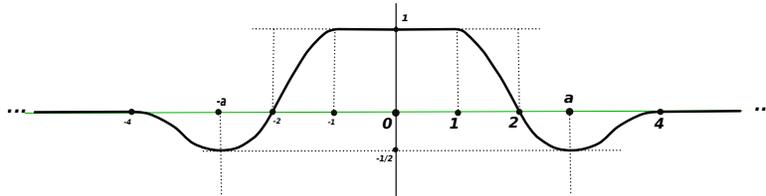


Figura 1

- a) (1 punto) Determine el conjunto de puntos en \mathbb{R}^2 donde el gradiente ∇F es igual a $(0, 0)$,
- b) (1 punto) Bosqueje la gráfica de F y de g .
- c) (1 punto) Bosqueje la gráfica de la integral $I(t) = \int_0^t g(s) ds$.
- d) (1 punto) Bosqueje la gráfica de la derivada $\frac{d}{ds} g(s)$.

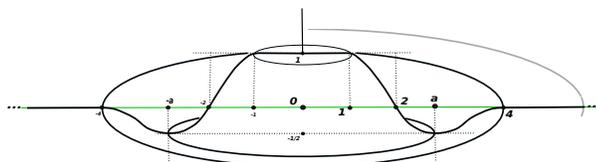


Figura 2