

# Examen para ingreso a la maestría del Posgrado en Ciencias Matemáticas de la UNAM

- El tiempo máximo para realizar el examen es de 120 minutos.
- Numere las hojas y escriba las respuestas en hojas separadas.
- Responda las preguntas justificando su respuesta.
- Ponga sus apellidos en la primera hoja en el borde superior.
- (Via remota) Escanee las hojas de respuestas en un solo documento tipo pdf y
- (Via remota) Al archivo generado nómbrelo con primer y segundo apellidos (ejemplo diazlopez.pdf)

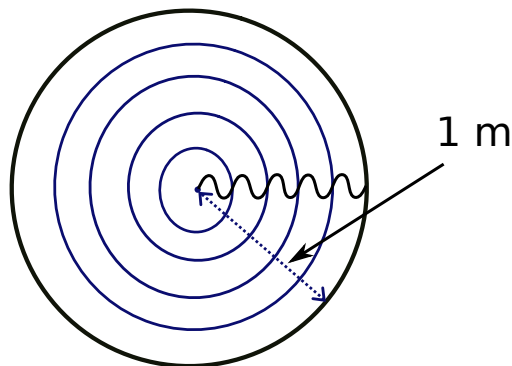
1. Encuentre los siguientes límites:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$

2. Al arrojar una piedra en un estanque se forman ondas circulares concéntricas que se desplazan a una velocidad constante de 25cm/s. ¿Cuál es la razón de cambio del área comprendida por la onda circular cuando el radio de está ha alcanzado la longitud de 1 m? (vea figura)



3. Sea  $\bar{x}_0 = (x_0, y_0)$  un punto en el plano y sea  $L$  la gráfica de  $f(x) = mx + b$ . Encuentre  $x$  tal que la distancia de  $\bar{x}_0$  a  $(x, f(x))$  sea mínima.
4. Encuentre las derivadas respecto a la variable  $x$  de las siguientes funciones  $f(x)$ :

a)  $\int_{x^2}^a \frac{dt}{1 + \cos^2 t}$ ,      b)  $\int_a^{\cos x} \frac{dt}{t + \sin^2 t}$ ,      c)  $\int_a^x 1 + \tan t \, dt$ .

5. Pruebe que si la sucesión  $\{a_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  es monótona y la serie  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  es convergente entonces  $\lim_{k \rightarrow \infty} k a_k = 0$ .