

# GUÍA DEL EXAMEN GENERAL DE GEOMETRÍA

El examen general de geometría tiene dos opciones a elegir solo una:

- Geometría Algebraica
- Geometría Diferencial

Cada uno de los exámenes corresponde al temario del curso básico correspondiente.

A continuación puede consultar los temarios de los cursos básicos de Geometría Algebraica y Geometría Diferencial.

## Geometría Algebraica

### 1. Variedades afines

- 1.1 Definición. Espacio tangente, dimensión, puntos singulares y suaves
- 1.2 El anillo local  $O_{x,X}$  es un anillo de factorización única cuando  $x$  es un punto suave; divisores de ceros y polos de funciones

### 2 Variedades proyectivas

- 2.1 Definiciones. Extensión de los conceptos del caso afín al proyectivo
- 2.2 Ejemplos: hipersuperficies, espacios lineales, la curva alabeada
- 2.3 Producto de variedades. El encaje de Segre, correspondencias
- 2.4 Ejemplos: mapeo de Veronese, subvariedades de la variedad de Veronese

### 3 Estructuras de mapeos y de correspondencias

- 3.1 Propiedades locales: mapeos suaves, teorema principal de Zariski
- 3.2 Propiedades globales: teorema de conexidad de Zariski, principio de especialización
- 3.3 Intersección en variedades suaves

### 4. El grado de una variedad proyectiva

- 4.1 Definiciones de grado  $X$ , de  $\text{mult}_x X$ , explosión (*blow up*)  $B_x(x)$  de  $X$  en un punto  $x$
- 4.2 Efecto de una proyección y ejemplos
- 4.3 Teorema de Bezout (tema opcional, sin demostraciones)

### 5. Sistemas lineales

- 5.1 La correspondencia entre sistemas lineales y mapeos racionales
- 5.2 Ejemplos. Los sistemas lineales son de dimensión finita
- 5.3 Polinomio de Hilbert y su relación con el grado de una variedad proyectiva

## NOTA

La parte 5 es opcional y se cubrirá solo si el tiempo lo permite, pero debido a la importancia se recomienda no extenderse mucho en el tema 3 de tal forma que se pueda cubrir, aunque quizás sin pruebas.

Se sugiere como libro de texto el libro de Mumford (Mum76), aunque hay varios libros que pueden ser usados como texto. Los libros de Harris (Har92) y el de Semple y Roth (SR49) son excelentes y contienen muchos de los ejemplos propuestos en el temario. Otros libros importantes y útiles para el curso son el libro de Hartshorn (Har77), el de Shavarevich (Sha74) y por último el libro (Mum88).

## Bibliografia

- Hartshorne, R. *Algebraic Geometry*, vol. 52 of "Graduate Texts in Mathematics", New York, Springer Verlag, 1977.
- Harris, J. *Algebraic Geometry*, vol. 133 of "Graduate Texts in Mathematics", New York, Springer Verlag, 1992.
- Mumford, D. *Algebraic Geometry I; Complex Projective Varieties*, New York, Springer Verlag, 1976.
- Mumford, D. *The Red Book of Varieties and Schemes*, no.1358 in "Lectures Notes in Mathematics", New York, Springer Verlag, 1988.
- Shavarevich, I. *Basic Algebraic Geometry*, New York, Springer Verlag, 1974.
- Semple, J. G. and L. Roth. *Introduction to Algebraic Geometry*. Oxford University Press, reprinted 1987 edition, 1949.

# Geometría Diferencial

## 1 Variedades diferenciables

- 1.1 Definiciones básicas (variedad diferenciable, espacio tangente, etcétera)
- 1.2 Subvariedades, inmersiones y submersiones

## 2. Haces vectoriales

- 2.1 Definiciones básicas (haz, subhaz, sección, etcétera)
- 2.2 Operaciones sobre haces vectoriales
- 2.3 Haz tangente y normal

## 3. Campos vectoriales y ecuaciones diferenciales

- 3.1 Definiciones básicas (campo, curva integral, flujo)
- 3.2 Teorema de existencia y unicidad
- 3.3 *Sprays* y transformación exponencial

## 4. Tensores y formas

- 4.1 Definiciones básicas (forma, derivada exterior, alternancia, etcétera)
- 4.2 Lema de Poincaré
- 4.3 Formas simplécticas. Teorema de Darboux

## 5. Conexiones

- 5.1 Conexiones lineales y afines
- 5.2 Tensores curvatura y torsión
- 5.3 Geodésicas
- 5.4 Métricas y conexiones (riemannianas y seudoriemannianas)

## Bibliografía

- Abraham, R. and J. Marsden. *Foundations of Mechanics*, Addison Wesley, 1978.
- Dajczer, M. *Submanifolds and Isometric Immersions*, Publish or Perish, Inc., 1990.
- Do Carmo, M. *Differential Forms and Applications*, Springer Verlag, 1994.
- Do Carmo, M. *Riemannian Geometry*, Birkhauser 1992.
- Kobayashi, S. and K. Nomizu. *Foundations of Differential Geometry*, Interscience, 1963.
- Lang, S. *Differential and Riemannian Manifolds*, Springer Verlag, 1995.
- Libermann, Paulette. *Symplectic geometry and analytical mechanics*, Charles- Michel Marie Dreidel Publishing, 1987.
- Spivak, M. *A comprehensive Introduction to Differential Geometry*, Publish or Perish, Inc., 1970/1979.
- Warner, F. *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*, Springer Verlag, 1986.
- Weinstein, Alan. *Lectures on symplectic manifolds*, AMS. 1977.