

Examen General. Teoría de las Gráficas
Semestre 2020-2

Duración: 4 horas. Resolver 7 ejercicios de los siguientes 10. (Si se entregan más de 7 ejercicios, se calificará sobre los 7 ejercicios de menor puntaje).

- 1.- Demuestra que toda gráfica simple G tiene un vértice x y una familia de $\lfloor \frac{d_G(x)}{2} \rfloor$ ciclos tal que cualquier pareja de esos ciclos solo intersecta en el vértice x .
- 2.- Sea G una gráfica simple con diámetro mayor que 3. Demuestra que G^c tiene diámetro menor que 3.
- 3.- Demuestra que toda gráfica k -regular bipartita G , con $k \geq 2$, no tiene puentes.
- 4.- Demuestra que toda gráfica no trivial tiene al menos dos vértices que no son de corte.
- 5.- Sea G una gráfica conexa que no es completa. Muestra que G es k -conexa si y sólo si cualquier pareja de vértices a distancia dos están conectados por k trayectorias internamente disjuntas.
- 6.- Sea G una gráfica conexa plana de cuello $k \geq 3$. Demuestra que $m \leq \frac{k(n-2)}{k-2}$.
- 7.- Demuestra que un conjunto de vértices S de una gráfica G es un conjunto estable si y solo si $V(G) \setminus S$ es una cubierta de G .
- 8.- Demuestra que para toda gráfica G , $\chi(G) \geq \frac{n^2}{n^2-2m}$.
- 9.- Demuestra que si G es una gráfica libre de triángulos, entonces $\alpha'(G) = n - \chi(G^c)$.
- 10.-
 - i) Demuestra que toda gráfica G satisface la desigualdad $\chi_1(G) \geq \frac{m}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$.
 - ii) Demuestra que toda gráfica hamiltoniana cúbica G cumple que $\chi_1(G) = 3$.