Examen General para la Maestría en Matemáticas

Topología Algebraica (2020-I)
17 de enero de 2020, 11h

Nombre:____

Cada problema vale 2 puntos. La calificación mínima para aprobar es 7. Duración máxima: 4 horas

1. Sea $p : E \longrightarrow X$ una aplicación cubriente tal que E es localmente conectable por trayectorias y simplemente conexo. Sea $G(p)$ el grupo de transformaciones cubrientes de p y considérese la acción de $G(p)$ en E dada por la evaluación. Probar que el espacio de órbitas $E/G(p)$ es homeomorfo a X.

2. Sea (X, x_0) un espacio basado. Probar que si $q > 1$, entonces $\pi_q(X, x_0)$ es un grupo abeliano.

3. Un *nudo* K es la imagen de un encaje del círculo $\mathbb{S}^1$ en $\mathbb{R}^3$. El *grupo del nudo* K se define como $\pi_1(\mathbb{R}^3 - K, *)$. Probar que la abelianización del grupo del nudo es isomorfa a $\mathbb{Z}$.

4. Sea X un espacio y $A \subset X$ un subespacio tal que A es un retracto de X. Probar que existe un homomorfismo $\varphi : H_q(X, A; R) \longrightarrow H_q(X; R)$ tal que $j_* \circ \varphi = \mathrm{Id}$, donde $j : X \longrightarrow (X, A)$ es la inclusión.

5. Sea $f : \mathbb{S}^{n-1} \longrightarrow \mathbb{S}^{n-1}$ con $n \geq 2$ una función continua de grado d, y considérese el espacio de adjunción $Z = \mathbb{S}^{n-1} \cup_f \mathbb{D}^n$ que se obtiene de pegarle a $\mathbb{S}^{n-1}$ el disco $\mathbb{D}^n$ por medio de f. Calcular $H_q(Z; \mathbb{Z})$, $q \geq 0$.

¡Mucha suerte!