

# Examen General de Topología Algebraica

Este es un examen de 100 puntos. Para aprobar el examen se requiere un mínimo de 75 puntos. El tiempo para resolver el examen es de 4 horas.

¡Éxito!

1. (20 pts) Sea  $X = S^1 \vee S^1$ , es decir,  $X$  resulta de pegar dos círculos a través de un punto. Describa el grupo fundamental  $G$  de  $X$ , su cubriente universal  $\tilde{X}$  y la acción por transformaciones de cubierta de  $G$  en  $\tilde{X}$ .
2. (20 pts) Calcule la homología singular y el grupo fundamental de un toro menos una cantidad finita de puntos, es decir,  $(S^1 \times S^1) \setminus \{x_1, \dots, x_n\}$ .
3. (20 pts) Para un complejo CW  $X$  denotemos la característica de Euler de  $X$  por  $\chi(X)$ . Demuestre que si  $X$  y  $Y$  son complejos CW finitos, entonces  $\chi(X \times Y) = \chi(X)\chi(Y)$ .
4. (20 pts) Sea  $f: S^n \rightarrow S^n$  una función de grado cero. Muestre que existen  $x, y \in S^n$  tales que  $f(x) = x$  y  $f(y) = -y$ .
5. (20 pts) Construya un ejemplo de dos complejos CW con grupos de homología isomorfos, pero que no sean homotópicamente equivalentes.