

Examen General de Topología Algebraica

Este es un examen de 100 puntos. Para aprobar el examen se requiere un mínimo de 75 puntos. El tiempo para resolver el examen es de 4 horas.

¡Éxito!

1. (20 pts) Sea $X = S^1 \vee S^2$, es decir, X resulta de pegar un círculo y una 2-esfera a través de un punto. Describa el grupo fundamental G de X , su cubierta universal \tilde{X} y la acción por transformaciones de cubierta de G en \tilde{X} .
2. (20 pts) Sea $n > 0$. Calcule la homología singular y el grupo fundamental de la suma conexa de dos toros menos n puntos, es decir, $(T^2 \# T^2) \setminus \{x_1, \dots, x_n\}$.
3. (20 pts) Sea X un complejo CW conexo de dimensión 1. Demuestra que $\pi_1(X)$ es un grupo libre de rango $1 - \chi(X)$.
4. (20 pts) Sea $f: S^n \rightarrow S^n$ una función de grado cero. Muestre que existen $x, y \in S^n$ tales que $f(x) = x$ y $f(y) = -y$.
5. (20 pts) Demuestre que la esfera de dimensión infinita S^∞ es contraíble.