

Examen General de Teoría de Gráficas, Semestre 2023-2

Duración: 4 horas

Instrucciones: lea con atención y responda cada uno de los incisos

En todo lo que sigue, $G = (V, E)$ es una gráfica conexa simple de orden $n = |V| \in \mathbb{N}$ y tamaño

$m = |E|$, $E \in \binom{V}{2}$. Demuestre que:

1. $m \geq n - 1$
2. G es acíclica (árbol) $\iff m = n - 1$
3. Si G es plana, entonces $n - m + f = 2$. Donde f es el número de caras (circuitos) que inducen un encaje de G en el plano.
4. Si G es plana, entonces tiene un vértice de valencia “pequeña”; viz., $\exists v \in V : \text{val}(v) \leq 5$
5. Si existe un homomorfismo $\varphi : G \longrightarrow H$, entonces $\chi(G) \leq \chi(H)$ concluye que $\chi(G \times H) \leq \min\{\chi(G), \chi(H)\}$ ($\chi(G)$ denota el número cromático de G)

General Test on Graph Theory, Semester 2023-2

Duration: 4 hours

Instructions: Read carefully and answer each of the following statements

For the following statements, consider that $G = (V, E)$ is a simple connected graph of order

$n = |V| \in \mathbb{N}$ and size $m = |E|$, $E \in \binom{V}{2}$. Prove:

1. $m \geq n - 1$
2. G is non-cyclic (tree) $\iff m = n - 1$
3. If G is a planar graph, then $n - m + f = 2$. Where f is the number of faces (circuits) that embed G in the plane.
4. If G is a planar graph, it has a vertex of “low” degree; viz., $\exists v \in V : \text{deg}(v) \leq 5$
5. If there there is an homomorphism $\varphi : G \longrightarrow H$, then $\chi(G) \leq \chi(H)$ implies that $\chi(G \times H) \leq \min\{\chi(G), \chi(H)\}$ ($\chi(G)$ is the chromatic number of G)