

# Examen General de Topología Algebraica

Este es un examen de 100 puntos. Para aprobar el examen se requiere un mínimo de 75 puntos; y para obtener mención en el examen, un mínimo de 90 puntos. El tiempo para resolver el examen es de 4 horas.

¡Éxito!

1. (20 pts) Construya un espacio topológico  $X$  que tenga como grupo fundamental a  $A *_\mathbb{Z} B$  donde  $A \cong B \cong \mathbb{Z}^2$  y el producto amalgamado es construido con respecto a los siguientes monomorfismos  $i: \mathbb{Z} \rightarrow A$ ,  $i(n) = (0, 1)$  y  $j: \mathbb{Z} \rightarrow B$ ,  $j(n) = (1, 1)$ .
2. (20 pts) Demuestre que todo homeomorfismo  $h: D^n \rightarrow D^n$  manda  $S^{n-1}$  en  $S^{n-1}$ . (Sugerencia: considere los complementos de los puntos en  $D^n$ .)
3. (20 pts) Sea  $X$  un complejo CW de dimensión  $n$ . Demuestre que  $H_n(X; \mathbb{Z})$  es un grupo abeliano libre.
4. (20 pts) Sea  $S_g$  la superficie cerrada orientable de género  $g$ . Pruebe que  $S_{50}$  es un cubriente de  $S_8$  describiendo lo más explícitamente posible la aplicación cubriente.
5. (20 pts) Supón que  $X$  es un complejo CW de dimensión 2 con una 0-celda, dos 1-celdas y tres 2-celdas, y que  $\pi_1(X) = S_3$ . Calcula la homología con coeficientes enteros de  $X$ .