

Temario del Curso Avanzado 2024-2

Introducción a los métodos asintóticos y de homogeneización. Aplicaciones (48 horas)

Modalidad virtual (<https://cuaed-unam.zoom.us/j/9192542727>)

Dr. Julian Bravo Castellero

Unidad Académica del IIMAS en el Estado de Yucatán

IIMAS

Objetivo general:

Proveer las bases de las matemáticas que están relacionadas con fenómenos físicos, biomecánicos, de ciencias de materiales, etc., gobernados por ecuaciones diferenciales dependientes de uno o varios parámetros pequeños. - Proveer las herramientas matemáticas que permitan dar respuesta significativa a problemas con una o más escalas. Establecer conexiones entre las matemáticas y otras ciencias.

Objetivos específicos:

- Definir y ejemplificar los conceptos básicos relativos a los métodos de perturbaciones regulares y singulares.
- Describir la aplicación del método de homogeneización asintótica a diversos problemas de la mecánica, desde un nivel unidimensional, con énfasis tanto en las aplicaciones como en los fundamentos matemáticos.
- Establecer conexiones de las ecuaciones diferenciales con otras áreas del posgrado como mecánica, y el análisis, principalmente.
- Establecer conexiones con otros posgrados: materiales (medios continuos, elasticidad, reología, etc.), geofísica (sismología, dispersión de contaminantes en la atmósfera, espacio exterior, etc.), ingeniería (estructuras, fluidos, calor, etc.)

Temas

Tema 1. Breve introducción a los métodos asintóticos (Símbolos de orden. Series asintóticas. Propiedades. Expansión asintótica. Solución asintótica formal. Ejemplos de perturbaciones regulares y singulares. Método de escalas múltiples. Método de Krylov-Bogoliubov (6 horas)

Tema 2. Método de homogeneización asintótica. Caso unidimensional (Aplicación del método de homogeneización asintótica a problemas elípticos unidimensionales con coeficientes diferenciables, periódicos y de oscilación rápida. Justificación matemática. Generalizaciones a casos de coeficientes discontinuos, es decir, condiciones de contacto perfectas e imperfectas. Coeficientes efectivos relacionados) (9 horas)

Tema 3. Método de homogeneización asintótica de la ecuación de calor multidimensional (Aplicación del método de homogeneización asintótica a problemas de ecuaciones de calor multidimensionales. Derivación de los problemas locales, tensor efectivo y problema homogeneizado. Cálculo de coeficientes efectivos para compuestos laminados y fibrosos). Extensión a problemas sobre medios porosos, heterogéneos elásticos y con leyes constitutivas aplicadas (9 horas)

Tema 4. Homogeneización reiterada. Aplicación a problemas dependientes de varias escalas. Aplicaciones a nanofluidos. (6 horas)

Tema 5. Aplicación del método de homogeneización asintótica a problemas hiperbólicos con coeficientes reales (complejos) diferenciables, periódicos y de oscilación rápida. Justificación matemática. Generalizaciones a casos de coeficientes discontinuos, es decir, condiciones de contacto perfectas e imperfectas. Coeficientes efectivos relacionados. Aplicaciones a la calibración de equipos de ultrasonido con propósitos médicos. (6 horas)

Tema 6. Método de dos espacios aplicados a problemas con coeficientes no periódicos. Aplicaciones al estudio de la dispersión de contaminantes en la atmósfera. (6 horas)

Tema 7. Otras aplicaciones. Por ejemplo, a sistemas de recolección de energía, medios viscoelásticos, etc. (6 horas)

Referencias

Para el curso, los estudiantes contarán con un material de apoyo con teoría y ejercicios para contribuir al mejor entendimiento de los contenidos.

- [1] Bakhvalov N, Panasenko G. Homogenisation: Averaging Processes in Periodic Media. Kluwer Academic, London, 1989.
- [2] Cioranescu D, Saint Jean Paulin J. Homogenization of Reticulated Structures, Springer, 1999.
- [3]. Sanchez-Hubert J., Sanchez-Palencia E., (1992), Introduction aux méthodes asymptotiques et à l'homogénéisation. Application à la mécanique des milieux continu, Collection Mathématiques appliquées pour la maîtrise. MASSON.
- [4]. Keller Joseph B., (1980), Darcy's law for flow in porous media and the two-space method. Nonlinear partial differential equations in engineering and applied science. Pure and Applied Mathematics, v. 54, p. 429-443.
- [3] FE Álvarez-Borges, Julián Bravo-Castillero, ME Cruz, R Guinovart-Díaz, LD Pérez-Fernández, R Rodríguez-Ramos, FJ Sabina (2018) Reiterated homogenization of a laminate with imperfect contact: gain-enhancement of effective properties, Applied Mathematics and Mechanics 39 (8), 1119-1146. <https://doi.org/10.1007/s10483-018-2352-6>
- [4] Julián Bravo-Castillero, Ariel Ramírez-Torres, Federico J Sabina, Catherine García-Reimbert, Raúl Guinovart-Díaz, Reinaldo Rodríguez-Ramos (2020) Analytical formulae for complex permittivity of periodic composites. Estimation of gain and loss enhancement, Waves in Random and Complex Media 30 (4) 593-613. <https://doi.org/10.1080/17455030.2018.1546063>
- [5] Computation of effective thermo-piezoelectric properties of porous ceramics via asymptotic homogenization and finite element methods for energy-harvesting applications. R.O. Caballero-Pérez, J. Bravo-Castillero, L.D. Pérez-Fernández, Archive of Applied Mechanics 90 (2020) 1415–1429. <https://doi.org/10.1007/s00419-020-01675-6>
- [6] E. Iglesias-Rodríguez, J. Bravo Castillero, M.E. Cruz, L.D. Pérez-Fernández, F.J. Sabina Reiterated homogenization applied to nanofluids with an interfacial thermal resistance; International Journal for Multiscale Computational Engineering, Vol. 18 (2020) Issue 3, 361-384. DOI: 10.1615/IntJMultCompEng.2020031351
- [7] Raúl Emilio Vargas Biagiani, Homogeneización periódica de la ecuación de onda sísmica. Tesis de Licenciatura en Matemática, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, CDMX, México, 2019.
- [8] Israel Efraín Pérez Campos, Modelación matemática de la dispersión de contaminantes en la atmosfera, Tesis de Licenciatura en Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, CDMX, México, 2019
- [9] Ernesto Iglesias Rodríguez, Manuel Ernani Cruz, Julián Bravo-Castillero, Reiterated homogenization applied to heat conduction in heterogeneous media with multiple spatial scales and perfect thermal

contact between the phases, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering 38 (4) 1333-1343 (2016) <https://link.springer.com/article/10.1007/s40430-016-0497-7>

[10] Ariel Ramírez-Torres et al., The role of malignant tissue on the thermal distribution of cancerous breast, Journal of theoretical biology 426, 152-161 (2017) <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2017.05.031>

[11] E Iglesias-Rodríguez, J Bravo-Castillero, ME Cruz, R Guinovart-Díaz, Conductivity gain predictions for multiscale fibrous composites with interfacial thermal barrier resistance, Mathematical Methods in the Applied Sciences 46 (2023) 6613–6638 <https://doi.org/10.1002/mma.8928>