

Temas Selectos de Topología

HOMOTOPÍA

Dr. José Luis Cisneros Molina.

El objetivo del curso es dar una introducción a la Teoría de Homotopía siguiendo el libro [1]. Los objetivos principales del curso son los siguientes: introducir los grupos de homotopía de un espacio topológico, los cuales generalizan al grupo fundamental; ver las propiedades y resultados principales de las fibraciones y las cofibraciones; definir los grupos de cohomología de un espacio desde un punto de vista homotópico, como las clases de homotopía de aplicaciones entre el espacio en cuestión y ciertos espacios de Eilenberg-Mac Lane. Si el tiempo lo permite, basados en la definición homotópica de la cohomología se dará una introducción a las Teorías de Cohomología Generalizadas.

Los requisitos para tomar el curso son tener conocimientos básicos de topología, por ejemplo, haber llevado un curso de topología en la licenciatura o los cursos básicos de topología general o topología algebraica.

1. Introducción.
2. Topologías en espacios de funciones.
 - Topologías admisibles y topología compacto-abierta.
 - Ley exponencial.
3. Conexidad e invariantes algebraicos.
 - Conexidad por trayectorias.
 - Clases de homotopía.
 - Grado de $f: S^1 \rightarrow S^1$ y grupo fundamental.
 - H-espacios y espacios de lazos.
 - H-coespacios y suspensiones.
4. Grupos de Homotopía.

- Espacios de adjunción, cilindros y conos.
 - Sucesiones de homotopía.
 - Grupos de homotopía y sus sucesiones.
5. Fibraciones y cofibraciones.
- Fibraciones.
 - Cofibraciones.
 - Fibraciones localmente triviales. Clasificación de cubrientes.
6. Complejos CW y Homología.
- Complejos CW.
 - Productos simétricos infinitos.
 - Grupos de homología.
7. Espacios de Eilenberg-Mac Lane y Moore.
- Espacios de Eilenberg-Mac Lane y Moore.
 - Propiedades topológicas de espacios de Eilenberg-Mac Lane y Moore.
8. Cohomología.
- Grupos de cohomología.
 - Estructura mutiplicativa en cohomología.
 - Homología y cohomología celulares.
 - Sucesiones exactas de homología y cohomología.
9. Teorías de cohomología generalizadas
(sin demostraciones, si el tiempo lo permite).
- Teorías de cohomología generalizadas.
 - Teorema de representabilidad de Brown.
 - Espectros.

Bibliografía

- [1] Marcelo Aguilar, Samuel Gitler, and Carlos Prieto. *Algebraic topology from a homotopical viewpoint*. Universitext. Springer-Verlag, New York, 2002. (**Libro de texto para el curso.**)
- [2] Glen E. Bredon. *Topology and Geometry*. Graduate Texts in Mathematics 139. Springer-Verlag, 1993.
- [3] Kōno, A., Tamaki, D. *Generalized Cohomology*. American Mathematical Society, 2006
- [4] Robert M. Switzer. *Algebraic Topology — Homotopy and Homology*. Number 212 in Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. Springer-Verlag, 1970.
- [5] George W. Whitehead. *Elements of Homotopy Theory*. Graduate Texts in Mathematics 61. Springer-Verlag, 1978.