

**SEMINARIO: REPRESENTACIONES DE CARCAJES, GEOMETRÍA
ALGEBRAICA Y TEORÍA DE LIE
SEMESTRE 2024–2**

JOSÉ SIMENTAL RODRÍGUEZ

Objetivo. La teoría de representaciones de carcajes es una de las áreas más desarrolladas de la teoría de representaciones y, más generalmente, del álgebra. Mientras que los conceptos básicos de la teoría están dados en términos enteramente de álgebra lineal, existen conexiones profundas con diversas áreas de las matemáticas, como teoría de grupos, combinatoria, geometría simpléctica, álgebras de conglomerado, geometría algebraica y teoría de Lie. El objetivo principal del seminario es desarrollar algunas de estas conexiones.

Temario. Seguiremos de cerca el libro “Quiver Representations and Quiver Varieties” de A. Kirillov Jr. Los temas a desarrollarse son:

- (1) Definiciones básicas de la teoría.
 - Representaciones simples, proyectivas, inyectivas de carcajes.
 - Grupo de Grothendieck.
 - Forma de Euler.
 - Diagramas de Dynkin y Euclidianos.
- (2) El espacio de representaciones. (Teoría Geométrica de Invariantes)
 - Propiedades de órbitas.
 - Órbitas cerradas, semisimplificación.
- (3) Representaciones de diagramas de Dynkin. (Grupos de reflexiones)
 - Teorema de Gabriel.
 - Funtores de reflexión y raíces positivas.
- (4) Álgebras de Hall (Teoría de Lie)
 - Definición.
 - Teorema de Ringel.
 - Álgebras de Hall de funciones construibles.
- (5) Representaciones preproyectivas y preinyectivas (Álgebra homológica)
 - Funtor de Coxeter.
 - Representaciones preproyectivas y preinyectivas.
 - Carcaj de Auslander-Reiten.
- (6) Álgebras preproyectivas (Geometría simpléctica)
 - Definición del álgebra preproyectiva.
 - Estructura simpléctica en haces cotangentes.
 - Mapeo de momentos.

- El espacio de representaciones del álgebra preproyectiva.
- Álgebras de composición.

(7) Representaciones de carcajes Euclidianos.

- Sistemas de raíces afines.
- Elementos de Coxeter afines.
- Representaciones regulares.
- Clasificación de representaciones regulares.

Estructura del Seminario. Los estudiantes registrados y el profesor expondrán los temas, turnándose cada semana. El orden de las charlas y los temas serán asignados la primer semana de clases.

Prerrequisitos. Un buen manejo de álgebra lineal, así como el material del curso Álgebra Moderna de la Maestría en Ciencias Matemáticas.

Bibliografía. La referencia principal será:

A. Kirillov Jr. *Quiver representations and quiver varieties*. Graduate Studies in Mathematics 174. AMS. Providence, RI 2016.

Algunas referencias secundarias son:

I. Assem, D. Simson, A. Skowroński. *Elements of the representation theory of associative algebras, I: Techniques of representation theory*. London Math. Soc. Stud. Texts, 65. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.

A. Cannas da Silva. *Lectures on symplectic geometry*. Lecture Notes in Math., 1764. Springer-Verlag, Berlin, 2001.

W. Crawley-Boevey. *Lectures on representations of quivers*. Disponible en <https://www.math.uni-bielefeld.de/~wcrawley/quivlecs.pdf>

P. Etingof, O. Golberg, S. Hensel, T. Liu, A. Schwendner, D. Vaintrob, E. Yudovina. *Introduction to representation theory*. Stud. Math. Libr., 59 American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.