

CURSO AVANZADO DE POSGRADO EN TOPOLOGIA

EXTENSIONES Y ABSOLUTOS DE ESPACIOS DE HAUSDORFF

Ángel Tamariz Mascarúa

enero 2024 – junio 2024

Una *extensión* de un espacio topológico X es un espacio que contiene a X como subespacio denso. La construcción de extensiones de varias clases (compactaciones, realcompactaciones, extensiones H -cerradas) han sido un tema de estudio en topología general de central importancia. Un método generalizado para construir extensiones consiste en añadir a los puntos del espacio X nuevos puntos construidos por medio de ultrafiltros obtenidos dentro de retículas convenientes asociados con el espacio X . Ejemplos de estas retículas son la colección de conjuntos nulos, o la de los conjuntos cerrado-abiertos.

Una construcción menos conocida en topología general es la de *absoluto* de un espacio. Asociado a cada espacio Hausdorff X existe un espacio Hausdorff cero-dimensional EX , llamado *absoluto de Iliadis* de X y existe una función perfecta e irreducible de EX sobre X . En este curso discutiremos la trascendencia y aplicaciones de los absolutos. Es importante señalar que en la construcción de los absolutos también utilizaremos ultrafiltros sobre retículas asociados a X . Así, veremos que tanto en la construcción de extensiones como en la construcción de absolutos, a pesar de ser objetos conceptualmente diferentes, se usan herramientas similares.

Temario:

1. Extensiones de espacios topológicos. Compactaciones de Wallman y de Stone-Čech. Compactaciones cero-dimensionales. Espacios H -cerrados.
2. P -extensiones. Espacios P -regulares y P -compactos. Espacios E -compactos. Extensiones Tychonoff y cero-dimensionales. Espacios Realcompactos.

3. Espacios extremadamente desconexos y absolutos. Absolutos de Iliadis y de Banachevski.
 4. Extensiones H -cerradas. Extensión de Fomin. Extensión por un punto H -cerrada.
1. Recordatorio de conceptos topológicos básicos: Espacios Tychonoff, conjuntos nulos, anillo de funciones continuas realvaluadas $C(X)$, espacios cero-dimensionales, espacios pseudocompactos.
 2. Retículas, filtros y espacios topológicos. Completaciones de retículos y espacios topológicos linealmente ordenados. Espacios de ordinales.
 3. Álgebras Booleanas. Teorema de representación de Stone y teorema de dualidad. Completaciones de álgebras Booleanas. La hipótesis del continuo y el axioma de Martin.

La bibliografía [GJ], [E] y [CT] es bibliografía de apoyo.

Bibliografía:

- [PW] Jack R. Porter y R. Grant Woods, *Extensions and absolutes of Hausdorff spaces*, Springer Verlag, 1988.
- [GJ] Leonard Gillman y Meyer Jerison, *Rings of continuous functions*, Springer Verlag, 1976.
- [E] R. Engelking, *General Topology*, Heldermann Verlag Berlin, 1989.
- [CT] Fidel Casarrubias Segura y A. Tamariz, *Elementos de Topología General*, Aportaciones Matemáticas, vol. 37, 2020.