

Análisis de Fourier, Espacios de Sobolev y Ecuaciones de Evolución

Profesor: Dr. Felipe Angeles García

Tipo de curso: Temas selectos.

Horas por semana: 4.5 hrs.

1 Objetivos

El objetivo del curso es dar una presentación detallada del problema de Cauchy asociado a ciertas ecuaciones de evolución, como son: ecuación de calor, Schrödinger, sistemas hiperbólicos de primer orden con coeficientes constantes y ecuación de Navier-Stokes incompresible. Abordaremos el análisis de Fourier necesario para estudiar el buen planteamiento del problema de Cauchy para estas ecuaciones. Nos enfocaremos en la existencia, unicidad y estabilidad de soluciones en el espacio de distribuciones temperadas y en espacios de Sobolev.

2 Requisitos

- Un curso básico de análisis funcional lineal (nivel maestría).
- Un curso básico de ecuaciones diferenciales parciales (a nivel licenciatura será suficiente).

3 Temario

1. Transformada de Fourier sobre el espacio de distribuciones temperadas.

- Espacios de Sobolev homogéneos y no-homogéneos.
- Funciones con transformada de Fourier de soporte compacto.
- Desigualdades de Bernstein.
- Descomposición de Littlewood-Paley.

2. Ecuación de calor.

- El problema de Cauchy en el espacio de distribuciones temperadas.
- Fórmula de Duhamel y estimaciones de energía en H^s y \dot{H}^s .
- Efecto regularizador.

3. Ecuación de Schrödinger.

- Propiedades básicas.
- Efectos regularizadores.
- Estimaciones de dispersión.

4. Sistemas hiperbólicos de primer orden.

- Sistemas hiperbólicos, débilmente hiperbólicos y bien planteados en L^2 .
- Teorema de la Matriz de Kresiss.

5. Ecuaciones de Navier-Stokes incompresibles

- Proyector de Leray.
- Existencia, unicidad y estabilidad en espacios de Sobolev homogéneos.
- Criterios de blow-up y existencia global de soluciones.

4 Referencias:

- Benzoni-Gavage, S., & Serre, D. (2006) *Multidimensional hyperbolic partial differential equations: First order systems and applications*. OUP Oxford.
- Bahouri, H., Chemin, J. Y., & Danchin, R. (2011) *Fourier Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations* Berlin: Springer.
- Kreiss, H., & Lorenz, J. (2004) *Initial-boundary value problems and the Navier-Stokes Equations* Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Lemarié-Rieusset, P. G. & Serre, D. (2018) *The Navier-Stokes problem in the 21st century*. CRC Press.
- Sawano, Y. (2018) *Theory of Besov spaces* Singapore: Springer.
- Mitrea, D. (2013) *Distributions, partial differential equations and harmonic analysis* New York: Springer.