

# DINÁMICA POBLACIONAL Y EVOLUTIVA: UNA INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DE LA VIDA

Dr. Marco Tulio Angulo Ballesteros  
*Instituto de Matemáticas, UNAM Juriquilla*  
Mayo 2024

**Contexto.** La dinámica poblacional y evolutiva tienen como objetivo describir los principios matemáticos de acuerdo a los cuales la vida en la tierra persiste a lo largo del tiempo y evoluciona, buscando entender el mundo en que vivimos y el “material” del que estamos hecho. La dinámica poblacional busca describir los mecanismos ecológicos que le permiten a un conjunto de poblaciones (biológicas, sociales, etc.) persistir a lo largo del tiempo a pesar de las muchas y complejas formas en que pueden interactuar (competencia, cooperación, etc.). La dinámica evolutiva busca describir los mecanismos de mutación y selección que le permiten a la información (biológica, social, etc.) reproducirse. Ambos mecanismos pueden describirse de manera formal, haciendo que la Ecología (dinámica poblacional) y la Evolución (dinámica evolutiva) sean dos de las ramas de las ciencias biológicas que pueden entenderse de manera más matemáticamente rigurosa. En particular, a medida de que los problemas que abordan las ciencias biológicas se vuelven más complejos, este enfoque formal se ha vuelto cada vez más indispensable de entender.

**Sobre el seminario.** El objetivo del seminario será estudiar algunos resultados fundacionales de la dinámica poblacional y evolutiva, introduciendo a los estudiantes a las fascinantes y sorprendentemente simples leyes que gobiernan la persistencia y evolución de los sistemas vivos, a pesar de lo complicado que puedan parecer. Para esto estudiaremos algunos temas selectos del libro clásico “Evolutionary Games and Population Dynamics” [1] y del libro más reciente “Evolutionary dynamics: exploring the equations of life” [2].

**Organización.** El seminario busca una participación activa de sus miembros. El formato del curso serán exposiciones por el profesor y por los alumnos, discusión de artículos, y trabajo individual en un proyecto final.

**Evaluación.** Asistencia<sup>1</sup> y participación en clase (20%); exposiciones y tareas (30%); evaluación individual del proyecto final (50%).

**Requisitos.** Ecuaciones diferenciales ordinarias. Álgebra lineal. Habilidad para programar en algún lenguaje.

## Temario.

1. Introducción.
  - a. Dinámica poblacional, ecología y sus objetivos.
  - b. Dinámica evolutiva, sus mecanismos y objetivos.
2. Una vista a la Teoría de Sistemas dinámicos desde una perspectiva ecológica.

---

<sup>1</sup> El profesor se reserva el derecho de tomar lista de forma intermitente y sin previo aviso.

- a. Crecimiento logístico
    - Dinámica poblacional y dependencia de la densidad.
    - Crecimiento exponencial y crecimiento logístico.
    - Equilibrios estables e inestables.
    - Bifurcaciones.
  - b. Ecuaciones de Lotka-Volterra para sistemas predador-presa
    - La ecuación de presa-predador.
    - Recordando la noción de solución y unidad en ecuaciones diferenciales.
    - Análisis de la ecuación de Lotka-Volterra y el principio de Volterra.
    - El concepto de omega-limite y funciones de Lyapunov.
    - Coexistencia de predadores y presa.
  - c. Las ecuaciones de Lotka-Volterra para dos especies competidoras.
    - Conceptos básicos de ecuaciones diferenciales lineales.
    - Linealización de ecuaciones no lineales.
    - La ecuación de competición.
    - Sistemas cooperativos.
  - d. Ejemplos de ecuaciones de Lotka-Volterra para más de dos poblaciones.
    - La ecuación general y sus puntos de equilibrio estables.
    - Cadenas tróficas.
3. Juegos dinámicos y las Ecuaciones del Replicador
    - a. Estrategias evolutivamente estables.
      - Gavilanes y palomas.
      - Estabilidad evolutiva.
      - Juegos en la Forma Normal.
      - Estrategias evolutivamente estables.
      - Juegos poblacionales.
    - b. La Dinámica del Replicador.
      - La ecuación del Replicador.
      - Equilibrios de Nash y estados evolutivamente estables.
      - Ejemplos de dinámicas del replicador.
      - Promedios en el tiempo y el principio de exclusión.
  4. Genética poblacional y juegos evolutivos
    - a. Sistemas dinámicos discretos y genética poblacional.
      - Genotipos.
      - La ley de Hardy-Weinberg.
      - El modelo de selección y el incremento en el fitness promedio.
      - El caso de dos alelos.
      - La ecuación de mutación - selección - recombinación.
      - La ecuación de selección en tiempo continuo.

## Bibliografía.

- [1] Hofbauer, J., & Sigmund, K. (1988). The theory of evolution and dynamical systems: mathematical aspects of selection. Cambridge university press.
- [2] Nowak, M. A. (2006). Evolutionary dynamics. Harvard University Press.