

∞ -categorías estables

Omar Antolín Camarena

Descripción

La teoría de ∞ -categorías es una generalización homotópica de la teoría de categorías: en lugar de conjuntos de morfismos, tenemos espacios de morfismos y solo el tipo de homotopía de dichos espacios importa. En contextos en los que se estudian categorías que se obtienen de otras localizando, es decir, invirtiendo alguna colección de morfismos, las ∞ -categorías son útiles puesto que la localización ∞ -categórica no olvida tanta información como la localización categórica tradicional. Por ejemplo, la versión ∞ -categórica de la categoría derivada de una categoría abeliana permite resolver el “problema de pegado en la categoría derivada” y los conos en la ∞ -categoría derivada son funtoriales y están determinados por una propiedad universal.

Las ∞ -categorías estables son el sustituto ∞ -categórico tanto de las categorías abelianas como de las categorías trianguladas, pero intrigantemente su definición es más simple que la de cualquiera de esas dos clases de categorías. En este curso presentaré una introducción breve a la teoría de ∞ -categorías y después desarrollaré la teoría básica de ∞ -categorías estables, comparándola a lo largo del curso con la teoría de categorías trianguladas, con el objetivo de convencer a los asistentes de que las ∞ -categorías estables son muy similares a las categorías trianguladas pero más fáciles de manipular.

Temario

- Una introducción a la teoría de ∞ -categorías.
- ∞ -categorías estables y la estructura triangulada canónica de sus categorías homotópicas.
- Estructuras t en ∞ -categorías estables y corazones.

Otros temas que podríamos cubrir dependiendo del tiempo y de los intereses de los asistentes:

- Representaciones de carcajes en ∞ -categorías estables.
- Teoría de *tilting* en ∞ -categorías estables.
- El espectro de Balmer y la geometría tensorial triangulada.
- Teoría K algebraica de ∞ -categorías estables.

Bibliografía

- Omar Antolín, A Whirlwind Tour of the World of $(\infty,1)$ -categories
- Jacob Lurie, Derived Algebraic Geometry I: Stable ∞ -Categories
- Jacob Lurie, Higher Algebra
- Andrew J Blumberg, David Gepner, Gonçalo Tabuada, *A universal characterization of higher algebraic K-theory*. Geometry & Topology (2013). <https://doi.org/10.2140/gt.2013.17.733>
- Moritz Groth, Jan Šťovíček, *Abstract representation theory of Dynkin quivers of type A*. Advances in Mathematics (2016). <https://doi.org/10.1016/j.aim.2016.02.018>