

# Combinatoria Analítica

Curso avanzado

Ricardo Gómez Aíza

El objetivo del curso es adquirir los fundamentos y técnicas de la Combinatoria Analítica. Abordaremos los siguientes tres temas globales:

1. MÉTODOS SIMBÓLICOS
2. ANÁLISIS ASINTÓTICO
3. ESTRUCTURAS ALEATORIAS

El propósito de los **métodos simbólicos** es el de desarrollar relaciones sistemáticas entre las construcciones de la matemática discreta y las operaciones entre funciones generadoras que codifican estructuras combinatorias de acuerdo tanto al tamaño como a posibles parámetros adicionales. Se establecerán los mecanismos de traducción entre construcciones puramente combinatorias y las operaciones entre las funciones generadoras.

En el **análisis asintótico** el propósito es ahora el de elaborar un conjunto de métodos mediante los cuales se puede extraer información asintótica de conteo de las funciones generadoras al ser estas últimas vistas como transformaciones analíticas del dominio complejo. Las singularidades aparecen entonces como un factor determinante del comportamiento asintótico.

Las **estructuras aleatorias** se ocupan de las propiedades probabilísticas de grandes estructuras aleatorias. Los siguientes tipos de preguntas son comunes en estructuras aleatorias: ¿Qué propiedades ocurren con alta probabilidad? ¿Qué leyes rigen la aleatoriedad en objetos de gran tamaño? En el contexto del análisis combinatorio, estas cuestiones son tratadas mediante una deformación (añadiendo variables auxiliares) y una perturbación (examinar el efecto de pequeñas variaciones de tales variables auxiliares) de la teoría enumerativa estándar.

## TEMARIO

1. Métodos simbólicos
  - (a) Estructuras combinatorias y funciones generadoras ordinarias
  - (b) Estructuras etiquetadas y funciones generadoras exponenciales
  - (c) Parámetros combinatorios y funciones generadoras multivariadas
2. Análisis asintótico
  - (a) Análisis complejo, análisis asintótico racional y meromorfo
  - (b) Aplicaciones del análisis asintótico racional y meromorfo
  - (c) Análisis de singularidades de funciones generadoras
  - (d) Aplicaciones del análisis de singularidades
  - (e) Análisis asintótico de puntos silla

### 3. Estructuras aleatorias

- (a) Análisis asintótico multivariado y leyes límite de distribuciones de probabilidad

#### REQUISITOS

El curso está dirigido a estudiantes de posgrado. Se asume que el estudiante posee conocimientos básicos de varias áreas que incluyen combinatoria, teoría de gráficas, variable compleja y probabilidad. En la medida de lo posible se procurará que el curso sea autocontenido.

#### EVALUACIÓN

Se asignarán tareas y exposiciones individuales. La calificación final dependerá del desempeño del estudiante durante todo el curso.

#### LIBRO DE TEXTO

P. Flajolet and R. Sedgewick. Analytic combinatorics. Cambridge University Press, 2009.

#### BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

M. Aigner. A course in enumeration. Springer, 2000.

H.S. Wilf. Generatingfunctionology A.K. Peters LTD, 2006.

L.V. Ahlfors. Complex analysis. McGraw Hill, 1979.

W. Rudin. Real and Complex Analysis. McGraw Hill, 1970.

E. Hille. Analytic Function Theory. Vol. 1 and 2. Chelsea, 1959.

G. Grimmett y D. Stirzaker. Probability and random processes. Oxford, 2001.

G.H. Hardy y E.M. Wright. An introduction to the theory of numbers. Oxford, 2008.