

CURSO: COHOMOLOGÍA DE GRUPOS
Semestre 2025-1

Descripción: En este curso se se dará una introducción a la homología y cohomología de grupos discretos y algunas de sus aplicaciones.

Horario (tentativo): Martes, Jueves 12:30-14:00 horas.

Lugar: Aula de Seminarios (Instituto de Matemáticas, Unidad Oaxaca– Sede León).

Temario:

1. Temas de álgebra homológica
 - Complejos de cadenas
 - Anillo de grupo y módulos sobre el anillo de grupo
 - Resoluciones libres
 - Resolución estándar
 - Módulos proyectivos
 - Resoluciones proyectivas
2. Homología y cohomología de un grupo
 - Generalidades y definición
 - Homología y cohomología de grupos como funtor derivado
 - Interpretación topológica
3. Homología y cohomología en grados bajos
 - Grado 0: Invariantes y co-invariantes
 - Grado 1: Abelianización y homomorfismos
 - Grado 2: Presentaciones y extensiones
4. Homología y cohomología con coeficientes
 - Extensión y co-extensión de escalares
 - Inducción y co-inducción
 - El lema de Shapiro
 - Homología y cohomología de grupos como funtores de dos variables
 - El morfismo transfer
5. Homología equivariante y sucesiones espectrales
 - Terminología de sucesiones espectrales
 - Complejos dobles
 - Homología de un grupo con coeficientes en un complejo de cadenas

- Homología equivariante
- Sucesión espectral de Hochschild-Serre

6. Propiedades de finitud

- Dimensión proyectiva y dimensión cohomológica
- Teorema de Serre
- Grupos de tipo FP_n , tipo FP_∞ y tipo FP
- Grupos de dualidad
- Nociones virtuales

Temas adicionales:

- Cohomología de Tate y cohomología de Farrell
- Cohomología acotada
- Característica de Euler de grupos
- Homología y cohomología de Bredon
- Cohomología de grupos de trenzas, mapping class groups, grupos de Artin-Tits,...
- Aplicaciones en álgebra, geometría y topología

Referencias:

- A. Adem, R. J. Milgram. *Cohomology of Finite Groups*. Springer, 2003.
- K. S. Brown. *Cohomology of Groups*. Springer , 2012.
- K. S. Brown. *Lectures on the Cohomology of Groups*.
https://pi.math.cornell.edu/~kbrown/papers/cohomology_hangzhou.pdf
- C. Löh. *Group Cohomology*. Sommersemester 2019, Universität Regensburg.
https://loeh.app.uni-regensburg.de/teaching/grouphom_ss19/lecture_notes.pdf
- J. C.H. Wilson. *Homological algebra and (co)homology of groups*. Lectures notes for the Masterclass “High-dimensional cohomology of moduli spaces” at University of Copenhagen, 2021.
<https://dept.math.lsa.umich.edu/~jchw/CopenhagenMasterclass2021-WilsonReview.pdf>
- D. C. Isaksen. *A Cohomological Viewpoint on Elementary School Arithmetic*. The American Mathematical Monthly, Vol. 109, No. 9 (Nov., 2002).