

Temario del Curso: Introducción a la Teoría Geométrica de Grupos

Dr. Porfirio Leandro León Álvarez

Semestre 2025-1

La teoría geométrica de grupos estudia las interacciones entre grupos finitamente generados y espacios geométricos, creando una conexión entre el álgebra y la geometría.

Uno de los objetivos de este curso es introducir los conceptos básicos de la teoría geométrica de grupos. Así como también ver algunas aplicaciones de la teoría geométrica de grupos. Seguiremos como referencia principal a [4] y complementaremos con las siguientes referencias [3, 2, 1].

Horario (tentativo): lunes y jueves de 10:00 a.m. a 11:30 a.m.

Temario

Unidad 1: Construyendo grupos a partir de otros ya conocidos

- Grupos libres y presentaciones de grupos.
- Producto amalgamado de grupos.
- Producto semidirecto de grupos.

Unidad 2: Grupos actuando en árboles

- Árboles como espacios métricos.
- Caracterización de grupos libres.
- Lema del ping pong.
- Teoría de Bass-Serre*.

Unidad 3: El lema de Svac-Milnor

- Básicos de la geometría hiperbólica \mathbb{H}^2 .
- Cuasiisometrías.
- La gráfica de Cayley.
- El lema de Svac-Milnor y aplicaciones.

Algunos invariantes cuasiisométricos

Unidad 4: Crecimiento de grupos

- Grupos de crecimiento polinomial.
- Grupos de crecimiento exponencial.

Unidad 5: Espacio de fines

- Caracterización de subgrupos virtualmente cíclicos.
- Aplicaciones.

Unidad 6: Grupos hiperbólicos

- El plano hiperbólico.
- Definición y ejemplos de grupos hiperbólicos.
- Aplicaciones de los grupos hiperbólicos.

Otros temas tentativos

1. Grupos relativamente hiperbólicos.
2. Espacios $\text{Cat}(0)$.

Evaluación

La evaluación del curso se basará en tareas, presentaciones, participación en clase y un proyecto final.

Referencias

- [1] M. Clay and D. Margalit, editors. *Office Hours with a Geometric Group Theorist*. Princeton University Press, 2017.
- [2] P. de la Harpe. *Topics in geometric group theory*. Chicago Lectures in Mathematics. University of Chicago Press, Chicago, IL, 2000.
- [3] C. Druţu and M. Kapovich. *Geometric group theory*, volume 63 of *American Mathematical Society Colloquium Publications*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2018. With an appendix by Bogdan Nica.
- [4] C. Löh. *Geometric group theory*. Universitext. Springer, Cham, 2017.