

# Teoría de matroides

Campo del Conocimiento: **Matemáticas Discretas**

Tema: **Teoría de Matroides**

Número de Créditos: **9 créditos** (4:30 horas por semana)

Horario: Lunes, Miércoles y viernes 12-1:30

Lugar, salón (o cubículo): Instituto de Matemáticas, tercer piso, cub 315

Contacto: criel.merino@gmail.com

## **Descripción:**

La teoría de Matroides forma parte de la Combinatoria, con lazos profundos con la teoría de gráficas, el álgebra lineal, la topología y la teoría de códigos. A pesar de su juventud, la teoría de matroides se ha establecido como una teoría clásica y elegante. Podemos delinear la teoría de los matroides usando las palabras de el autor del libro clásico de matroides, James Oxley: "Los matroides fueron introducidos por Whitney en 1935 para proporcionar un tratamiento abstracto unificador del concepto de dependencia en el álgebra lineal y la teoría de gráficas. Desde entonces, se ha reconocido que los matroides surgen naturalmente en la optimización combinatoria y se pueden usar como un marco para abordar una variedad diversa de problemas combinatorios".

La teoría de matroides tuvo su mayor impulso en los años 70's, sin embargo en 2022, June Huh recibió la medalla Fields por el uso de técnicas de la geometría algebraica para probar la conjetura de Read y la de Mason. Ambas conjeturas provienen de la teoría de matroides.

El objetivo del curso es dar una introducción a la teoría de matroides y algunos de sus invariantes, incluyendo el polinomio cromático y el polinomio de Tutte.

## **Temario:**

**I. Definiciones y ejemplos básicos:** En esta parte introducimos el concepto de matroides con un concepto de teoría de gráficas o álgebra lineal

1. Gráficas y árboles generadores
2. Conjuntos independientes y bases de un matroide
3. Gráficas eulerianas y gráficas bipartitas
4. Espacio de ciclos y de cociclos de una gráfica
5. Circuitos y cocircuitos en matroides
6. Dependencia lineal, dimensión y subespacios en un espacio vectorial
7. Rango, cerradura y estructura de cerrados en un matroide
8. Espacios vectoriales en campos finitos
9. Matroides representables
10. Descripción geométrica de matroides de rango pequeño
11. Emparejamientos en gráficas bipartitas y teorema de Hall
12. Matroides transversales

## **II. Dualidad**

1. Gráficas planas y sus duales geométricos

2. El dual de un matroide
3. Duales de matroides gráficos
4. El subespacio ortogonal de un subespacio
5. Construcción del matroide dual de un matroide representable

### III. Menores

1. Contracción y borrado en gráficas
2. Restricción y proyección en espacios vectoriales
3. Menores en matroides
4. Menores en matroides gráficos
5. Menores en matroides representables

### IV. Invariantes en Matroides

1. Número cromático y polinomio cromático en gráficas
2. El complejo de bases de un matroide
3. Polinomio de Tutte
4. La conjetura de Read y el resultado de J. Huh
5. La conjetura de Mason y el resultado de Adiprasito, Huh, and Katz.

### Bibliografía

- Oxley, J. Matroid Theory, Oxford: Oxford University Press, Oxford, 1992, ISBN 978-0-19-853563-8.
- Oxley, J. Matroid theory. Second edition. Oxford Graduate Texts in Mathematics, 21. Oxford University Press, Oxford, 2011. xiv+684 pp. ISBN 978-0-19-960339-8
- Oxley, J. What is a matroid? <https://www.math.lsu.edu/~oxley/survey4.pdf>
- Welsh, D. J. A. Matroid Theory, L.M.S. Monographs, vol. 8, Academic Press, 1976, ISBN 978-0-12-744050-7.
- Brylawski, T., & Oxley, J. (1992). The Tutte Polynomial and Its Applications. In N. White (Ed.), Matroid Applications (Encyclopedia of Mathematics and its Applications, pp. 123-225). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511662041.007
- Björner, A. (1992) Homology and Shellability of Matroids and Geometric Lattices. In N. White (Ed.), Matroid Applications (Encyclopedia of Mathematics and its Applications, pp. 123-225). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511662041.008
- Alfaro, C; Merino C. & Villarroel, R. Notas del curso de Teoría Algebraica de Gráficas. Borrador.