

CURSO AVANZADO DE POSGRADO EN TOPOLOGÍA
ESPACIOS DE FUNCIONES CONTINUAS CON LA TOPOLOGÍA DE
LA CONVERGENCIA PUNTUAL (C_p -Theory)

Ángel Tamariz Mascarúa

agosto 2024 – enero 2025

El objeto básico de estudio de este curso es el espacio $C(X)$ de funciones continuas real-valuadas y definidas sobre un espacio topológico Tychonoff X considerado, $C(X)$, con la topología de subespacio del espacio producto \mathbb{R}^X ; es decir, considerado con la llamada topología de la convergencia puntual. El conjunto $C(X)$ con esta topología se denota $C_p(X)$.

El espacio $C_p(X)$ ha sido estudiado muy ampliamente, y el interés que se ha puesto en su análisis se debe a varias razones: en primer lugar la transición de X a $C_p(X)$ es de interés; puede ser considerado como una operación natural sobre X . Si X es discreto esta operación es la potencia X de la recta euclidea \mathbb{R} , \mathbb{R}^X . Si X es un espacio típico como un intervalo, \mathbb{R} mismo, el cubo de Hilbert, etc, $C_p(X)$ puede ser considerado también como espacio típico y es importante compararlo con otros espacios topológicos.

Como veremos durante el curso, las propiedades de $C_p(X)$ pueden ser muy diferentes a las de X . Esto nos hace pensar que estudiar los espacios $C_p(X)$ nos pueden proporcionar ejemplos nuevos de espacios topológicos.

Pero en el centro de todo está la siguiente pregunta fundamental: ¿Cómo están relacionadas las propiedades de X con aquellas de $C_p(X)$? Una de las diferencias esenciales entre X y $C_p(X)$ es que el primero sólo posee su estructura topológica, en cambio la topología de $C_p(X)$ va acompañada de dos operaciones algebraicas que lo convierten en un anillo topológico; de este modo podemos estudiar a $C_p(X)$ simplemente como espacio topológico, o como anillo topológico o como grupo topológico o como espacio vectorial topológico.

Temario:

- (1) Axiomas de separación y numerabilidad en $C_p(X)$.
- (2) Funciones cardinales topológicas aplicadas a $C_p(X)$.
- (3) Metrizabilidad y completitud de espacios $C_p(X)$.
- (4) Propiedades de compacidad de $C_p(X)$.
- (5) Realcompacidad de $C_p(X)$.

Bibliografía que guiará el curso:

Vladimir V. Tkachuk, *A C_p -Theory Problem Book, Topological and Function Spaces*, Problem Book in Mathematics, Springer, 2011.

Bibliografía de apoyo sobre los temas tratados:

A.V. Arkhangel'skii, *Topological Function Spaces, Mathematics and its Applications*, vol. 78, Kluwer Academic Publishers, 1992

Bibliografía de apoyo en temas generales de topología:

- (1) F. Casarrubias Segura y Ángel Tamariz, *Elementos de Topología General*, Aportaciones Matemáticas, No. 37, Sociedad Matemática Mexicana.
- (2) R. Engelking, *General Topology*, Heldermann Verlag Berlin, 1989.
- (3) A. García-Maynez y Ángel Tamariz, *Topología General*, Porrúa, 1988.
- (4) S. Willard, *General Topology*, Addison-Wesley Publishing Company, 1970.

Forma de trabajo durante el curso:

- (1) Las clases serán los lunes, miércoles y viernes de 10:30 a 12:00 en el cubículo 116 del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias.
- (2) Se repartirán los materiales a estudiar para que cada uno de los participantes exponga su material durante la clase.
- (3) Se repartirán ejercicios entre los participantes y se organizarán sesiones especiales en las cuales se expongan estos ejercicios.
- (4) Los materiales a exponer y los ejercicios serán elegidos entre la bibliografía básica y la de apoyo.

Requisitos:

- (1) Haber llevado los cursos de Topología I y II de la licenciatura o el curso básico de topología a nivel maestría.

Ángel Tamariz Mascarúa
Profesor Titular C de tiempo completo e
Investigador Nacional Hemérito del SNI
Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias, UNAM