

Dinámica Simbólica

Ricardo Gómez Aíza

Curso avanzado 2025-2, 6 créditos, horario flexible (escribir a rgomez@im.unam.mx)

El curso es una introducción a sistemas dinámicos que hace énfasis en dinámica simbólica. Está dirigido a estudiantes de posgrado en matemáticas. Su objetivo es adquirir los fundamentos básicos de sistemas dinámicos, teoría ergódica, dinámica simbólica y sus aplicaciones. La motivación particular de estudiar sistemas simbólicos proviene de que surgen como modelos de sistemas de dinámica topológica -como los sistemas hiperbólicos- y de teoría ergódica, y tienen la ventaja de que su naturaleza discreta permite en muchas ocasiones deducir propiedades dinámicas como transitividad y mezcla, o incluso calcular explícitamente clases de parámetros como entropías, puntos periódicos, funciones zeta, etc. Como curso de posgrado se espera que el estudiante cuente con conocimientos básicos de matemáticas a nivel licenciatura, preferentemente que incluyan nociones elementales de análisis, topología, probabilidad, álgebra y combinatoria. Según los intereses y el avance en clase, consideraremos abordar algunos temas más especializados como acciones de grupos, complejidad computacional, estados de equilibrio y formalismo termodinámico entre otros. La evaluación estará basada en el desempeño del estudiante durante todo el curso, tanto en asistencia y participación como en cumplimiento de las tareas y evaluaciones como exámenes y/o exposiciones.

El temario lo describimos a continuación en cuatro bloques, cada uno con temas que son amplios, de forma que no es posible cubrirlos todos en un semestre; como ya lo hemos notado, haremos énfasis en dinámica simbólica.

1. EJEMPLOS Y CONCEPTOS BÁSICOS DE SISTEMAS DINÁMICOS

Rotaciones y endomorfismos expansivos del círculo, subshifts, mapeos cuadráticos, transformación de Gauss, la herradura de Smale, el solenoide, flujos y ecuaciones diferenciales, suspensión y secciones, caos y coeficientes de Lyapunov, atractores.

2. DINÁMICA TOPOLÓGICA

Conjuntos límite y recurrencias, transitividad topológica, mezcla topológica, expansividad, entropía topológica, equicontinuidad, distalidad y proximidad. Aplicaciones de recurrencia topológica a teoría de Ramsey.

3. DINÁMICA SIMBÓLICA

Subshifts, códigos de bloques, subshifts de tipo finito, subshifts sóficos, entropía, funciones zeta, conjugación y σ -equivalencia débil y fuerte, sustituciones, particiones de Markov.

4. TEORÍA ERGÓDICA

Teoría de la medida, recurrencia, ergodicidad y mezcla, medidas invariantes de mapeos continuos, ergodicidad única y Teorema de Weyl, espectro discreto, mezcla débil, aplicaciones de recurrencia métrica a teoría de números.

5. TEMAS SELECTOS

G -shifts, \mathbb{Z}^d -shifts, sistemas en latices, presión, estados de equilibrio, principios variacionales, medidas de Gibbs.

Libros de texto principales:

D. Lind y B. Marcus. *An Introduction to Symbolic Dynamics and Coding*. Cambridge University Press.

M. Brin y G. Stuck. *Introduction to Dynamical Systems*. Cambridge University Press.

Bibliografía adicional de consulta:

K.T. Alligood, T.D. Sauer y J.A. Yorke. *Chaos. An Introduction to Dynamical Systems*. Springer Verlag.

M. Denker, C. Grillenberger y K. Sigmund. *Ergodic Theory on Compact Spaces*. Lecture Notes in Mathematics. Springer.

M. Einsiedler and T. Ward. *Ergodic Theory with a View Towards Number Theory*. Springer Verlag.

A. Katok y B. Hasselblatt. *Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems*. Cambridge University Press.

H. Keller. *Equilibrium States in Ergodic Theory*. Cambridge University Press.

B. Kitchens. *Symbolic Dynamics: One sided, two sided and countable state Markov shifts*. Springer Universitext.

R. Mañé. *Ergodic Theory and Differentiable Dynamics*. Springer Verlag.

K. Petersen. *Ergodic Theory*. Cambridge University Press.

M. Smorodinsky. *Ergodic Theory, Entropy*. Lecture Notes in Mathematics. Springer Verlag.

P. Walters. *Ergodic Theory* Springer Verlag.

S. Williams (editor). *Symbolic Dynamics and its Applications*. American Mathematical Society.