
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS DISCRETAS
FUNDAMENTOS DE GEOMETRÍA DISCRETA
2025-2

ÁREA:	Matemáticas Discretas	PROFESOR:	Leonardo Martínez
CRÉDITOS:	9	CORREO:	leomtz@ciencias.unam.mx

OBJETIVO GENERAL

El estudiante aprenderá los fundamentos de la geometría discreta mediante la exposición a distintos problemas y herramientas del área, con el fin de desarrollar habilidades que le permitan en su trayectoria profesional identificar y resolver problemas relacionados.

DESCRIPCIÓN DEL CURSO

En este curso daremos un panorama de la geometría discreta. Esta área estudia fenómenos combinatorios en familias de objetos geométricos. Visitaremos una selección de temas representativos, que nos permitirán tanto entender el tipo de problemas que se estudian, como la gran diversidad de herramientas necesarias para su solución: algebraicas, analíticas, combinatorias, probabilísticas, topológicas, etc.

El curso comienza estudiando nociones básicas de convexidad, teoremas clásicos y algunas variantes recientes. Luego, se da una introducción a la teoría de politopos geométricos. De ellos hablaremos de la fórmula de Euler, de clasificaciones de politopos, del teorema de la cota superior y del tercer problema de Hilbert.

La tercera parte del curso consiste de una colección de problemas geométricos extremos clásicos. En ellos, se da una condición que debe satisfacer cierta familia de objetos geométricos. A partir de ello es posible acotar la cardinalidad de la familia. Como ejemplos tenemos al teorema de Sylvester-Gallai de líneas ordinarias, el de Erdős-Szekeres para posición convexa y el de Szemerédi-Trotter de incidencias.

En el cuarto tema revisamos la teoría principal de dimensión VC y resultados clásicos de existencia de ϵ -redes y ϵ -redes débiles. A partir de ello y del teorema de Helly fraccional damos la celebrada demostración de Alon y Kleitman para la conjetura (p, q) de Hawdiger y Debrunner.

Finalmente, veremos algunas aplicaciones de la topología a la geometría discreta.

PRERREQUISITOS

Este es un curso dirigido a estudiantes del Posgrado en Ciencias Matemáticas. Supondremos que el estudiante puede manejar cómodamente argumentos de combinatoria, por ejemplo, aquellos que se desarrollan en un curso de Fundamentos de Combinatoria o de Teoría de Gráficas. Es recomendado, pero no indispensable, manejar cómodamente nociones de álgebra lineal, de geometría euclideana, de probabilidad y de topología. El curso será autocontenido en la medida de lo posible.

ÍNDICE TEMÁTICO

	Tema	Horas
1	Convexidad y teoremas tipo Helly	16
2	Introducción a politopos geométricos	14
3	Problemas geométricos extremales	14
4	Dimensión VC y ϵ -redes	14
5	Aplicaciones topológicas a la geometría discreta	14

CONTENIDO TEMÁTICO

Tema Subtemas

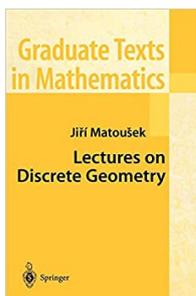
1	Convexidad y teoremas tipo Helly <ul style="list-style-type: none">• Nociones básicas de convexidad• Teoremas de Helly, Radon y Carathéodory• Teoremas de Helly coloreado y Carathéodory coloreado• Latices y el teorema de Minkowski
2	Introducción a politopos geométricos <ul style="list-style-type: none">• Nociones básicas de politopos• Fórmula de Euler y teorema de Pick• Clasificación de politopos regulares de dimensión 3• Teorema de la cota superior• El tercer problema de Hilbert
3	Problemas geométricos extremales <ul style="list-style-type: none">• Teorema de Sylvester-Gallai• Teorema de Goodman-Pollack-Ungar de varias pendientes• Teorema de Danzer y Grünbaum de ángulos obtusos• Teorema de Erdős-Szekeres para posición convexa• Desigualdad del número de cruces• Teorema de Szemerédi-Trotter• Problemas de las distancias unitarias y distintas

CONTENIDO TEMÁTICO (CONTINUACIÓN)

Tema Subtemas

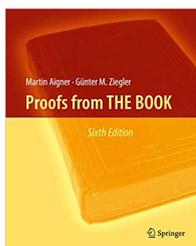
4	<p>Dimensión VC y ϵ-redes</p> <ul style="list-style-type: none">• Dimensión VC de un sistema de conjuntos• Existencia de ϵ-redes pequeñas• Lema de Sauer-Shelah• Aplicaciones algorítmicas• Teorema de Helly fraccional• ϵ-redes débiles para convexos y teorema (p, q)
5	<p>Aplicaciones topológicas a la geometría discreta</p> <ul style="list-style-type: none">• Teorema de Borsuk-Ulam y particiones de medidas• Teorema KKM y transversales geométricas• Teorema del nervio y familias de representantes en posición general

LIBRO DE TEXTO

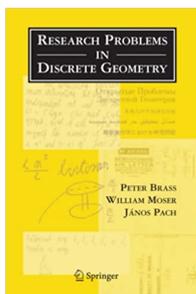


Título: Lectures on Discrete Geometry
Autor: Jiří Matoušek
Editorial: Springer
ISBN: 978-0-387-95374-8

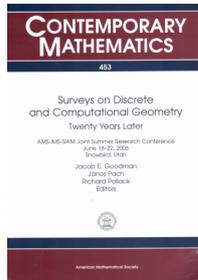
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA



Título: Proofs from the Book, 6th edition
Autor: Martin Aigner, Günter M. Ziegler
Editorial: Springer
ISBN: 978-3662572641



Título: Research Problems in Discrete Geometry
Autor: Peter Brass, William O. J. Moser, János Pach
Editorial: Springer
ISBN: 978-1441920164

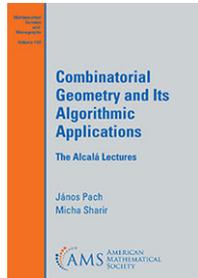


Título: Surveys on Discrete and Computational Geometry: Twenty Years Later

Autor: Jacob E. Goodman, János Pach, Richard Pollack

Editorial: American Mathematical Society

ISBN: 978-0821842393

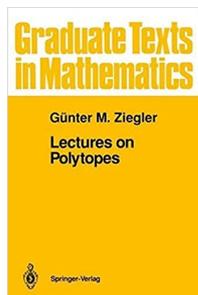


Título: Combinatorial Geometry and Its Algorithmic Applications: The Alcalá Lectures

Autor: János Pach, Micha Sharir

Editorial: American Mathematical Society

ISBN: 978-0-8218-4691-9



Título: Lectures on Polytopes

Autor: Günter M. Ziegler

Editorial: Springer

ISBN: 978-1461384328