

Temario de Curso Avanzado en Temas Selectos de Ecuaciones Diferenciales 2026-1

Introducción a los métodos asintóticos y de homogeneización matemática. Aplicaciones I (48 horas)

Modalidad virtual (<https://cuaed-unam.zoom.us/j/9192542727>)

Dr. Julián Bravo Castillero (julian@mym.iimas.unam.mx)

Unidad Académica del IIMAS en el Estado de Yucatán, IIMAS-UNAM

Objetivo general:

Proveer las bases de las matemáticas que están relacionadas con fenómenos físicos, biomecánicos, de ciencias de materiales, etc., gobernados por ecuaciones diferenciales dependientes de uno o varios parámetros pequeños. - Proveer las herramientas matemáticas que permitan dar respuesta significativa a problemas con una o más escalas. Establecer conexiones entre las matemáticas y otras ciencias.

Objetivos específicos:

- Definir y ejemplificar los conceptos básicos relativos a los métodos de perturbaciones regulares y singulares.
- Describir la aplicación del método de homogeneización asintótica a diversos problemas de la mecánica, desde un nivel unidimensional, con énfasis tanto en las aplicaciones como en los fundamentos matemáticos.
- Establecer conexiones de las ecuaciones diferenciales con otras áreas del posgrado como mecánica, y el análisis, principalmente.
- Establecer conexiones con otros posgrados: materiales (medios continuos, elasticidad, reología, etc.), geofísica (sismología, dispersión de contaminantes en la atmósfera, espacio exterior, etc.), ingeniería (estructuras, fluidos, calor, etc.)

Temas

Tema 1. Breve introducción a los métodos asintóticos (Símbolos de orden. Series asintóticas. Propiedades. Expansión asintótica. Solución asintótica formal. Ejemplos de perturbaciones regulares y singulares. Método de escalas múltiples. Método de Krylov-Bogoliubov (6 horas) (Referencias [1], [2])

Tema 2. Método de homogeneización asintótica. Caso unidimensional (Aplicación del método de homogeneización asintótica a problemas elípticos unidimensionales con coeficientes diferenciables, periódicos y de oscilación rápida. Justificación matemática. Generalizaciones a casos de coeficientes discontinuos, es decir, condiciones de contacto perfectas e imperfectas. Coeficientes efectivos relacionados) (9 horas) (Referencias [1]-[4])

Tema 3. Método de homogeneización asintótica de la ecuación de calor multidimensional (Aplicación del método de homogeneización asintótica a problemas de ecuaciones de calor multidimensionales. Derivación de los problemas locales, tensor efectivo y problema homogeneizado. Cálculo de coeficientes efectivos para compuestos laminados y fibrosos). Extensión a problemas sobre medios porosos, heterogéneos elásticos y con leyes constitutivas aplicadas (9 horas) (Referencias [1]-[3], [5])

Tema 4. Homogeneización reiterada. Aplicación a problemas dependientes de varias escalas. Aplicaciones a nanofluidos. (6 horas) (Referencia [6])

Tema 5. Aplicación del método de homogeneización asintótica a problemas hiperbólicos con coeficientes reales (complejos) diferenciables, periódicos y de oscilación rápida. Justificación matemática. Generalizaciones a casos de coeficientes discontinuos, es decir, condiciones de contacto perfectas e imperfectas. Coeficientes efectivos relacionados. Aplicaciones a la calibración de equipos de ultrasonido con propósitos médicos. (6 horas) (Referencias [7]-[8])

Tema 6. Método de dos espacios aplicados a problemas con coeficientes no periódicos. Aplicaciones al estudio de la dispersión de contaminantes en la atmósfera. (6 horas) (Referencias [4],[9])

Tema 7. Otras aplicaciones. Por ejemplo, a sistemas de recolección de energía, medios viscoelásticos, etc. (6 horas) (Referencia [10])

Referencias

Para el curso, los estudiantes contarán con un material de apoyo con teoría y ejercicios para contribuir al mejor entendimiento de los contenidos.

[1] Bakhvalov N, Panasenko G (1989) Homogenisation: Averaging Processes in Periodic Media. Kluwer Academic, London.

[2]. Sanchez-Hubert J, Sanchez-Palencia E (1992) Introduction aux méthodes asymptotiques et a l'homogénéisation. Application à la mécanique des milieux continu, Collection Mathématiques appliquées pour la maîtrise. MASSON.

[3] Cioranescu D, Donato P (1999) An Introduction to Homogenization. Oxford University Press, Oxford.

[4]. Keller Joseph B (1980), Darcy's law for flow in porous media and the two-space method. Nonlinear partial differential equations in engineering and applied science. Pure and Applied Mathematics, v. 54, p. 429-443.

[5] Avilés García JC (2025) Cálculo de coeficientes efectivos en medios conductivos con huecos circulares (Tesis de Licenciatura en Matemática) , Facultad de Ciencias, IIMAS, UNAM.

<https://ru.dgb.unam.mx/bitstream/20.500.14330/TES01000864550/3/0864550.pdf>

- [6] Iglesias Rodríguez E (2022). Homogeneización y cálculo de coeficientes efectivos de medios conductivos con múltiples escalas y contacto imperfecto entre las fases(Tesis de Doctorado). IIMAS, UNAM.
<https://repositorio.unam.mx/contenidos/3673895>
- [7] Vargas Biagiani RE (2019) Homogeneización periódica de la ecuación de onda sísmica (Tesis de Licenciatura en Matemática), Facultad de Ciencias, IIMAS, UNAM.
- [8] Yañez Olmos D (2023). Homogeneización y coeficientes efectivos de compuestos periódicos bifásicos fibrosos con propiedades dieléctricas complejas (Tesis de Maestría) IIMAS UNAM.
<https://repositorio.unam.mx/contenidos/3671648>
- [9] Pérez Campos IE (2019), Modelación matemática de la dispersión de contaminantes en la atmosfera(Tesis de Licenciatura en Matemática), Facultad de Ciencias, IIMAS, UNAM.
- [10] Caballero Pérez RO (2021). Homogeneización de materiales compuestos periódicos termo-magneto-electro-elásticos (Tesis de Doctorado). IIMAS, UNAM, <https://repositorio.unam.mx/contenidos/3551811>