

SEMINARIO:
“GRUPOS MODULARES DE HACES DE CÍRCULOS SOBRE SUPERFICIES”
Semestre 2026-I

Descripción: En este seminario se estudiarán 3-variedades topológicas que aparecen como haces de círculos sobre superficies. Nuestro objetivo será aprender las técnicas existentes en la literatura para estudiar los grupos modulares de estas 3-variedades y su relación con el grupo modular de la superficie base.

Horario (tentativo): Jueves, 11:30-14:00 horas.

Lugar: Aula de Seminarios, Sede León de la Unidad Oaxaca.

Temario tentativo:

1. Haces de círculos sobre superficies: definición y primeros ejemplos.
2. Clasificación de haces de círculos orientados sobre superficies.
3. Introducción a 3-variedades y sus simetrías.
4. 3-variedades de Seifert: propiedades y clasificación.
5. El teorema de Waldhausen.
6. El grupo modular de $S^1 \times S^2$.
7. El grupo modular de los espacios lente.
8. El grupo modular de haces de círculo orientados sobre superficies orientables de género $g \geq 2$.
 - Sucesión exacta de Conner–Raymond.
 - Relación con la sucesión exacta de Birman.
 - Cálculos de cohomología y existencia de secciones.
9. Relación con el problema de realización de Nielsen.

Referencias:

- *Mapping class groups of 3-manifolds*. Notas en progreso por P. Bader, R. Boyd, G. Carfora, D. Galvin, R. Giannini, C. Nagy, J. Nicholson, W. Niu, I. Nonino, M. Pencovitch, and M. Powell. Disponibles en: https://www.maths.gla.ac.uk/~mpowell/MCGs_3-manifolds-notes.pdf
- Hatcher, A. *Notes on Basic 3-Manifold Topology*. Disponible en: <https://pi.math.cornell.edu/~hatcher/3M/3M.pdf>
- Hatcher, A. *The Classification of 3-Manifolds – A Brief Overview*. Disponible en: <https://pi.math.cornell.edu/~hatcher/Papers/3Msurvey.pdf>

- Scott, P. *The geometries of 3-manifolds*. Bull. London Math. Soc. 15 (1983), no. 5, 401–487.
- Brin, M. G. *Seifert Fibered Spaces: Notes for a course given in the Spring of 1993*. Disponibles en: <https://arxiv.org/abs/0711.1346>.
- Gluck, H. *The embedding of two-spheres in the four-sphere*. Bull. Amer. Math. Soc., 67:586–589, 1961.
- Gluck, H. *The embedding of two-spheres in the four-sphere*. Trans. Amer. Math. Soc., 104:308–333, 1962.
- Bonahon, F. *Diffeotopies des espaces lenticulaires*. Topology, 22(3):305–314, 1983.
- L. Chen; Tshishiku, B. *Mapping class groups of circle bundles over a surface*. Por aparecer en Mich. Math. J. Disponible en : <https://arxiv.org/pdf/2301.05375> (2023).
- Al Beaini, A.; Chen,L.; Tshishiku B. *Surface mapping class group actions on 3-manifolds*. Disponible en : <https://arxiv.org/abs/2311.15508> (2023).
- Waldhausen, F. *On Irreducible 3-Manifolds Which are Sufficiently Large*. Annals of Mathematics, Vol. 87, No. 1 (Jan., 1968).
- Conner, P.E.; Raymond, F. *Deforming homotopy equivalences to homeomorphisms in aspherical manifolds*. Bull. Amer. Math. Soc., 83(1):367–85, 1977.
- Farb, B.; Margalit, F. *A primer on mapping class groups*. Volume 49 of Princeton Mathematical Series. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2012.
- Brown, K.S. *Cohomology of groups*. Volume 87 of Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.