

**Métodos variacionales en ecuaciones
diferenciales parciales**
Semestre 2026-1

**Temas selectos del área de Ecuaciones Diferenciales
(Ordinarias y Parciales)**
9 créditos

Dr. Luis Fernando López Ríos

Investigador Titular A

Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas, UNAM

Oficina 225, edificio A, IIMAS, CU

Correo electrónico: luis.lopez@aries.iimas.unam.mx

Teléfono: +52 55 5622 3567

Horario. Lunes y miércoles de 11:00 a. m. a 1:15 p. m. En la primera clase se fijará un horario de oficina para atender dudas.

Evaluación. Se evaluará al alumno con 4 tareas: la primera sobre las secciones 1 y 2 del temario, la segunda, tercera y cuarta sobre las secciones 3, 4 y 5, respectivamente.

Objetivo. Introducir al alumno en el uso de métodos variacionales para resolver ecuaciones diferenciales parciales de tipo elíptico, parabólico e hiperbólico. Para implementar estos métodos se usará la teoría del análisis funcional en espacios de Sobolev.

Prerrequisitos. Es indispensable haber tomado el curso de Análisis Real I del posgrado. Aunque se recomienda haber tomado los cursos básicos de Ecuaciones Diferenciales Parciales y Análisis Funcional del posgrado, no es estrictamente necesario, a lo largo del curso repasaremos los conceptos básicos que se requieren.

Temario

1. Preliminares: espacios de Hilbert y de Banach

- 1.1 Proyecciones, teorema de Riesz
- 1.2 Operadores lineales, espacio dual
- 1.3 Problema espectral, alternativa de Fredholm
- 1.4 Teoremas de Lax-Milgram y de Stampacchia

2. Espacios de Sobolev

- 2.1 Espacios de Sobolev en $\mathbb{R}^n$.

- 2.2 Espacios de Sobolev en dominios arbitrarios: teoremas de trazas y extensiones
- 2.3 Encajes de Sobolev
- 2.4 Desigualdad de Poincaré y teorema de compacidad de Rellich-Kondrachov

3. Formulación variacional de problemas elípticos

- 3.1 Operadores elípticos
- 3.2 Existencia, unicidad y regularidad de soluciones débiles
- 3.3 Principio del máximo
- 3.4 Teoría espectral

4. Formulación variacional de problemas parabólicos

- 4.1 Existencia y unicidad de soluciones débiles: método de Galerkin
- 4.2 Regularidad de soluciones débiles
- 4.3 Principio del máximo

5. Formulación variacional de problemas hiperbólicos

- 5.1 Existencia y unicidad de soluciones débiles: método de Faedo-Galerkin
- 5.2 Estimaciones de energía y estabilidad
- 5.3 Sistemas simétricos hiperbólicos

Bibliografía básica

- L. C. Evans, *Partial differential equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, second ed., 2010.
- S. Salsa, *Partial differential equations in action. From modelling to theory*, vol. 86 of Universitext, Springer, second ed., 2015.

Bibliografía complementaria

- R. A. Adams, *Sobolev spaces*, vol. 65 of Pure and Applied Mathematics, Academic Press, New York-London, 1975.
- S. Alinhac, *Hyperbolic partial differential equations*, Universitext, Springer, Dordrecht, 2009.
- H. Brezis, *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*, Universitext, Springer, New York, 2011.
- R. Courant and D. Hilbert, *Methods of mathematical physics. Vol. II: Partial differential equations*, Wiley Classics Library, John Wiley & Sons Inc., New York, 1989. Reprint of the 1962 original, A Wiley-Interscience Publication.
- A. Friedman, *Partial Differential Equations of Parabolic Type*, Prentice-Hall, New Jersey, 1964.
- D. Gilbarg and N. S. Trudinger, *Elliptic partial differential equations of second order*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001. Reprint of the 1998 edition.
- J. Jost, *Partial differential equations*, vol. 214 of Graduate Texts in Mathematics, Springer, New York, second ed., 2007.
- T. Kato, *Perturbation theory for linear operators*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1995. Reprint of the 1980 edition.

- O. A. Ladyzenskaja, V. A. Solonnikov, and N. N. Ural'ceva, *Linear and quasilinear equations of parabolic type*, Translated from the Russian by S. Smith. Translations of Mathematical Monographs, Vol. 23, American Mathematical Society, Providence, R.I., 1968.
- O. A. Ladyzhenskaya, *The boundary value problems of mathematical physics*, vol. 49 of Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 1985.
- M. Reed and B. Simon, *Methods of modern mathematical physics. IV. Analysis of operators*, Academic Press – Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, New York-London, 1978.
- L. Schwartz, *Mathematics for the physical sciences*, Hermann, Paris, 1966.