

TEMAS SELECTOS DE ECUACIONES DIFERENCIALES
SEMIGRUPOS Y ECUACIONES DIFERENCIALES
PARCIALES DE EVOLUCIÓN

POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

(9 CRÉDITOS)

SEMESTRE 2026-1

RAMÓN G. PLAZA

CONTACTO

- Ramón G. Plaza
E-mail: plaza@aries.iimas.unam.mx

INFORMACIÓN GENERAL

Horario.

- Las clases se llevarán a cabo los **lunes y miércoles, 15:00 - 17:15hrs.** en un salón del IIMAS por determinar.

Página del curso.

- La página del curso contendrá todos los anuncios relacionados con el mismo, así como calendario, temario y demás material auxiliar.
- La liga permanente de la página del curso es:
<http://mym.iimas.unam.mx/ramon/SemigruposEDPs-2026-1.html>

Evaluación.

Se evaluará al alumno con una exposición final de un artículo de investigación.

Calendario.

- Periodo de clases: 11 de agosto al 28 de noviembre, 2025.
- Periodo de exámenes: 1 al 11 de diciembre, 2025.
- Días inhábiles: 15 y 16 de septiembre, y 17 de noviembre, 2025.

Objetivo. Introducir al estudiante a la teoría de semigrupos y sus aplicaciones a ecuaciones diferenciales parciales de evolución. Se discutirán: integral de Bochner y espacios dependientes del tiempo, teoría de generación de semigrupos (teoremas de tipo Hille-Yosida y de Lumer-Philips), regularidad y estabilidad de semigrupos. Asimismo, se prestará especial atención al problema abstracto de Cauchy y aplicaciones a ecuaciones diferenciales parciales de tipo parabólico y de tipo hiperbólico.

Pre-requisitos. Sólidas bases de Análisis Funcional y Análisis Real. Un curso previo de Ecuaciones Diferenciales Parciales es deseable, mas no estrictamente necesario.

TEMARIO

1. Preliminares
 - 1.1 Teorema de Pettis e integral de Bochner
 - 1.2 Espacios de funciones dependientes del tiempo
2. Teoría abstracta de semigrupos.
 - 2.1 Definición y propiedades básicas.
 - 2.2 Generación de semigrupos: teoremas de Hille-Yosida y Lumer-Philips.
 - 2.3 Regularidad. Semigrupos analíticos.
 - 2.4 Perturbación y aproximación de semigrupos.
 - 2.5 Espectro de semigrupos y sus generadores.
 - 2.6 El problema abstracto de Cauchy.
 - 2.7 Semigrupos de evolución.
3. Ecuaciones de tipo parabólico.
 - 3.1 Existencia de soluciones débiles: aproximación de Galerkin.
 - 3.2 Estimaciones de energía y unicidad.
 - 3.3 El problema de Cauchy: semigrupos analíticos.
 - 3.4 Regularidad.
 - 3.5 Principios del máximo.
4. Aplicaciones a problemas hiperbólicos.
 - 4.1 Soluciones débiles.
 - 4.2 Existencia: el método de Faedo-Galerkin.
 - 4.3 Unicidad: estimaciones de energía.
 - 4.4 Propagación de perturbaciones y estabilidad.
 - 4.5 Sistemas simétricos hiperbólicos: estimaciones de energía.
5. Introducción a ecuaciones no lineales^{*}
 - 5.1 Ecuaciones de reacción-difusión.
 - 5.2 Sistemas simétricos hiperbólicos no lineales.
 - 5.3 La ecuación de Schrödinger.
 - 5.4 La ecuación de KdV.

BIBLIOGRAFÍA

La bibliografía fundamental del curso la constituyen dos textos: el libro de Pazy [13], y el texto básico de Engel y Nagel [6]. Sin embargo, ésta se complementará con algunos textos clásicos, monografías especializadas o incluso artículos de investigación. Por ejemplo, el alumno encontrará una excelente (y breve) introducción a la teoría de semigrupos en el libro de texto sobre ecuaciones diferenciales parciales de Renardy y Rogers [14]; para aplicaciones recomiendo también la sección dedicada a semigrupos en el libro de Evans [8]. El libro clásico de Yosida [16] y el texto avanzado de Engel y Nagel [5] servirán para profundizar parte del material. Algunas aplicaciones a ecuaciones diferenciales se basarán en monografías más avanzadas [3, 12, 15], o en artículos de investigación [9, 1, 4, 7, 10, 11, 2].

REFERENCIAS

- [1] J. M. BALL, *Strongly continuous semigroups, weak solutions, and the variation of constants formula*, Proc. Amer. Math. Soc. **63** (1977), no. 2, pp. 370–373.

^{*}si el tiempo lo permite

- [2] T. CAZENAVE, *Semilinear Schrödinger equations*, vol. 10 of Courant Lecture Notes in Mathematics, New York University, Courant Institute of Mathematical Sciences, New York; American Mathematical Society, Providence, RI, 2003.
- [3] C. CHICONE AND Y. LATUSHKIN, *Evolution semigroups in dynamical systems and differential equations*, vol. 70 of Mathematical Surveys and Monographs, American Mathematical Society, Providence, RI, 1999.
- [4] D. CRAMER AND Y. LATUSHKIN, *Gearhart-Prüss theorem in stability for wave equations: a survey*, in *Evolution equations*, G. Goldstein, R. Nagel, and S. Romanelli, eds., vol. 234 of Lecture Notes in Pure and Appl. Math., Dekker, New York, 2003, pp. 105–119.
- [5] K.-J. ENGEL AND R. NAGEL, *One-parameter semigroups for linear evolution equations*, vol. 194 of Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2000.
- [6] ———, *A short course on operator semigroups*, Universitext, Springer-Verlag, New York, 2006.
- [7] L. C. EVANS, *Application of nonlinear semigroup theory to certain partial differential equations*, in *Nonlinear evolution equations (Proc. Sympos., Univ. Wisconsin, Madison, Wis., 1977)*, M. G. Crandall, ed., vol. 40 of Publ. Math. Res. Center Univ. Wisconsin, Academic Press, New York-London, 1978, pp. 163–188.
- [8] ———, *Partial differential equations*, vol. 19 of Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, second ed., 2010.
- [9] R. J. IORIO, JR. AND V. D. M. IORIO, *Fourier analysis and partial differential equations*, vol. 70 of Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [10] T. KATO, *The Cauchy problem for quasi-linear symmetric hyperbolic systems*, Arch. Ration. Mech. Anal. **58** (1975), no. 3, pp. 181–205.
- [11] ———, *Quasi-linear equations of evolution, with applications to partial differential equations*, in *Spectral theory and differential equations (Proc. Sympos., Dundee, 1974)*, W. N. Everitt, ed., no. 448 in Lecture Notes in Mathematics, Springer, Berlin, 1975, pp. 25–70.
- [12] A. LUNARDI, *Analytic semigroups and optimal regularity in parabolic problems*, vol. 16 of Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, Birkhäuser Verlag, Basel, 1995.
- [13] A. PAZY, *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, 1983.
- [14] M. RENARDY AND R. C. ROGERS, *An introduction to partial differential equations*, vol. 13 of Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, second ed., 2004.
- [15] I. I. VRABIE, *C_0 -semigroups and applications*, vol. 191 of North-Holland Mathematics Studies, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 2003.
- [16] K. YOSIDA, *Functional Analysis*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, Sixth ed., 1980.

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATEMÁTICAS APLICADAS Y EN SISTEMAS, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, CIRCUITO ESCOLAR S/N, C.P. 04510 CD. DE MÉXICO (MÉXICO)
 Email address: `plaza@aries.iimas.unam.mx`