

Temas Selectos de Geometría:

Análisis no lineal en variedades riemannianas

Semestre 2026-1

El análisis no lineal en espacios euclidianos es un área muy prolífica de las matemáticas por sus bastas aplicaciones y ha sido motivo de estudio en muchos cursos terminales de licenciatura y de posgrado. Este curso lo comenzaremos abordando el analisis funcional de espacios de Sobolev en espacios euclidianos. Los espacios de Sobolev definidos en $\mathbb{R}^n$ tienen un rol central en varias áreas de las matemáticas, por ejemplo, en el contexto del estudio de ecuaciones diferenciales parciales (EDP's). Posteriormente estudiaremos los espacios de Sobolev en variedades riemannianas. Históricamente, la construcción de los espacios de Sobolev en variedades riemannianas no compactas se debe a los trabajos de Thierry Aubin y Cantor en los años 70's, para posteriormente desarrollarse más resultados en los años 80's y 90's del siglo pasado. Finalmente, en la última parte de este curso veremos algunas aplicaciones de estas construcciones, para el estudio de la ecuación del calor en variedades riemannianas y el Flujo de Ricci.

1. Contenido

1. Análisis no lineal en espacios euclidianos
2. Espacios de Sobolev en variedades riemannnianas
3. Espacio de Sobolev fraccionarios en variedades riemannianas
4. Teorema de traza en variedades riemannianas
5. Algunos tipos de ecuaciones diferenciales parciales en variedades riemannianas.
6. Flujo de Ricci

2. Evaluación del curso

La evaluación será con exposiciones individuales de ejercicios que se dejarán a lo largo de las sesiones presenciales, dichas exposiciones formarán a su vez tareas individuales que se deben entregar en las fechas del calendario preestablecido al inicio del semestre.

Referencias

- [1] Robert A. Adams and John J.F, Fournier. *Sobolev Spaces*. Elsevier. 2003.
- [2] Thierry Aubin. *Nonlinear analysis on manifolds*. Monge Ampere Equations. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Springer- Verlag 252, 1982.
- [3] Chi Hin Chan and Magdalena Czubak. *The Meyers-Serrin theorem on riemannian manifolds: A survey*. Arxiv. 2024.

- [4] Bennett Chow and Dan Knopf. *The Ricci Flow: An Introduction*. Volume 110 of Mathematical Surveys and Monographs. American Mathematical Society, Providence, RI, 2004.
- [5] Mónica Clapp. *Análisis Matemático*. Papirhos. 2020.
- [6] Emmanuel Hebey. *Sobolev spaces on Riemannian manifolds*. Springer. 1996.
- [7] Emmanuel Hebey. *Nonlinear analysis on manifolds: Sobolev spaces and inequalities*. AMS. 1999.
- [8] John M. Lee. *Introduction to smooth manifolds*. Second edition. Graduate Texts in Mathematics 218. Springer. 2013.
- [9] John M. Lee. *Riemannian manifolds: An introduction to curvature*. Graduate Texts in Mathematics 176. Springer. 1997.
- [10] Giovanni Leoni. *A First Course in Fractional Sobolev Spaces*. Volume 229 of Graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society, 2023.
- [11] Dorina Mitrea, Irina Mitrea, Marius Mitrea, and Michael Taylor. *The Hodge-Laplacian: Boundary Value Problems on Riemannian Manifolds*. Volume 64 of De Gruyter Studies in Mathematics. Walter de Gruyter, 2016.
- [12] Liviu Nicolaescu. *Lectures on the Geometry of Manifolds*. World Scientific Publishing Company, 2020.
- [13] Michael Reed and Barry Simon. *Methods of Modern Mathematical Physics, Volume I and II*. Academic Press.
- [14] María de los Ángeles Sandoval Romero. *Introducción al Análisis Geométrico*. Las prensas de Ciencias. UNAM. 2023.

Para cualquier duda del curso, no duden en contactarme:
 Ma. de los Ángeles Sandoval Romero
 Cubículo 238 Departamento de Matemáticas.
 Facultad de Ciencias. UNAM.
 selegna@ciencias.unam.mx