

# Temas Selectos de Álgebra: Anillos Cohen–Macaulay

Dr. Faustino Agustín Romano Velázquez

14 de octubre de 2025

## 1. Resumen

Los anillos Cohen–Macaulay son una clase fundamental dentro del álgebra conmutativa, caracterizada por la igualdad entre la profundidad y la dimensión de Krull. Esta propiedad asegura un comportamiento homológico regular y los convierte en el modelo natural de anillos con una buena estructura incluso en presencia de singularidades.

En este curso veremos propiedades de anillos y módulos (maximal) Cohen–Macaulay. Siguiendo el libro de W. Bruns y J. Herzog, se desarrollarán los fundamentos algebraicos y homológicos necesarios para comprender sus propiedades básicas, así como su papel en la geometría algebraica y la teoría de singularidades. Se abordarán temas como sucesiones regulares, profundidad y dimensión de Krull, módulos (maximal) Cohen–Macaulay, el teorema de Auslander–Buchsbaum, resoluciones libres minimales y anillos Gorenstein.

## 2. Temario

1. Sucesiones regulares y profundidad.
  - a) Secuencias regulares.
  - b) Grado y profundidad.
  - c) Profundidad y dimensión proyectiva.
  - d) Anillos y módulos graduados.
  - e) El complejo de Koszul.
2. Anillos Cohen–Macaulay.
  - a) Anillos y módulos de Cohen–Macaulay.
  - b) Anillos regulares y anillos normales.
  - c) Intersecciones completas.
3. Módulo canónico y anillos Gorenstein.

- a) Módulos finitos de dimensión inyectiva finita.
- b) Envolvertes inyectivas y dualidad de Matlis.
- c) El módulo canónico.
- d) Ideales Gorenstein y dualidad de Poincaré.
- e) Cohomología local y teorema de dualidad local.

### **3. Bibliografía**

1. Bruns W, Herzog HJ. Cohen-Macaulay Rings. 2nd ed. Cambridge University Press; 1998.
2. Yoshino Y. Maximal Cohen-Macaulay Modules over Cohen-Macaulay Rings. Cambridge University Press; 1990.