

Ecuación de medio poroso y leyes de conservación
Semestre 2027-1

Seminario (5 créditos)

Dr. Luis Fernando López Ríos

Investigador Titular A

Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas, UNAM

`luis.lopez@mym.iimas.unam.mx`

Objetivo. Introducir al alumno al estudio analítico-numérico de ecuaciones parabólicas degeneradas, en especial la ecuación de medio poroso, vistas a través de un régimen de amortiguamiento severo en ecuaciones provenientes de leyes de conservación, como la ecuación de Euler. Se implementarán diversas técnicas para resolver analítica y numéricamente estos modelos y, de esta manera, adquirir la capacidad de comprender artículos de investigación en el área.

La dinámica del seminario consiste en exposiciones sobre la teoría analítico-numérica y las aplicaciones de leyes de conservación y ecuaciones parabólicas degeneradas. La introducción a los temas principales estará a cargo del responsable del seminario y será complementada con exposiciones de los participantes sobre temas de interés en el área.

Temario

1. La ecuación de medio poroso

- 1.1 Flujo de un gas a través de un medio poroso: ley de Darcy
- 1.2 Soluciones débiles: método de regularización parabólica
- 1.3 Teoría L^1 de estabilidad

2. Leyes de conservación

- 2.1 Leyes de conservación en una dimensión espacial
- 2.2 Invariantes de Riemann
- 2.3 Pares y flujos de entropía
- 2.4 Existencia y colapso de soluciones clásicas
- 2.5 Soluciones débiles

3. La ecuación de Euler para un gas compresible

- 3.1 Ondas de entropía para un gas isentrópico unidimensional
- 3.2 El método de viscosidad desvaneciente
- 3.3 Teoría de compacidad compensada
- 3.4 La ley de Darcy como el límite de un flujo de Euler compresible, unidimensional

4. Estudio numérico

- 4.1 Métodos de elementos finitos para ecuaciones parabólicas no-degeneradas y análisis de convergencia.
- 4.2 Método de elementos finitos para ecuaciones parabólicas degeneradas
- 4.3 Introducción al estudio numérico de la ecuación de Euler compresible unidimensional

Bibliografía

- C. M. Dafermos. *Hyperbolic Conservation Laws in Continuum Physics*. A Series of Comprehensive Studies in Mathematics, Springer Science & Business Media, 2016
- R. J. Di Perna. Convergence of the viscosity method for isentropic gas dynamics *Comm. Math. Phys.* **91** (1985), 1-30.
- L.C. Evans. *Partial Differential Equations*. Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, 2010.
- A. Majda. *Compressible Fluid Flow and Systems of Conservation Laws in Several Space Variables*. Springer-Verlag, New York, 1984.
- P. Marcati, A. Milani. The one-dimensional Darcy's law as the limit of a compressible Euler flow, *J. Differ. Equ.* **84** (1990) 129–147.
- J.L. Vazquez. *The Porous Medium Equation: Mathematical Theory*. Oxford Mathematical Monographs, Oxford University Press, 2007.
- V. Thomée. *Galerkin Finite Element Methods for Parabolic Problems*. Springer Series in Computational Mathematics, Springer 2000.